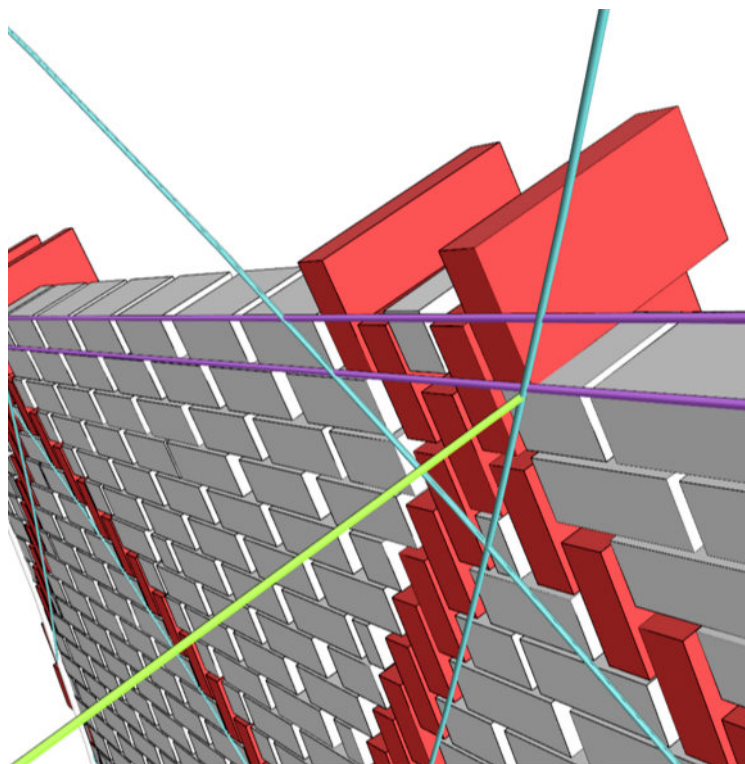




LE VOLTE PIATTE

Geometria e statica dei conci autoequilibranti nel progetto di strutture voltate

Attilio Pizzigoni

Università di Bergamo

attilio.pizzigoni@unibg.it

Vittorio Paris

Università di Bergamo

vittorio.paris@unibg.it

SOMMARIO

Nel quarto libro del trattato sulla Stereotomie, Amedee F. Frezier descrive tre tipi di Volte-Piatte: la Piatto-banda, la Volta-Piatto propriamente detta, e la Volta Inclinata, o a Pennacchio. La loro differenza si configura nell'attacco a terra: il primo tipo di volta appoggia su due lati contrapposti, il secondo su tutti quattro i lati del perimetro di base, il terzo tipo si fonda su due lati contigui del perimetro di base mentre gli altri due sono svincolati e a sbalzo.

I suoi riferimenti vanno dal Serlio a Philibert de l'Orme, da Wallis al de la Hire, e sono stati anche i nostri riferimenti.

Queste cosiddette Volte-Piatte, per le loro caratteristiche statiche "non-spingenti" spesso vengono catalogate unitariamente nella categoria delle "piattabande". La loro specificità si basa sulla particolare stereometria dei conci con cui vengono realizzate, i

IN APERTURA. Muratura voltata in mattoni di mezzane, con orditura a doppia spinapesce incrociata secondo le tracce di rilievo della cupola vaticana di San Basilio e in analogia ai disegni di Antonio da Sangallo il Giovane (particolare del modello tridimensionale).

quali generano l'equilibrio della struttura proprio interagendo reciprocamente. È tecnologicamente interessante il fatto che tale equilibrio si verifica non solo al momento del suo completamento, con il comportamento a guscio o a catenaria rovescia dell'intera struttura, ma si manifesta anche nella fase costruttiva, durante la posa progressiva dei singoli conci od anelli di conci.

Come gli studi citati sull'utilizzo della pietra anche nel caso in studio gli elementi strutturali, semplicemente accostati tra loro, vengono considerati per la loro proprietà di assorbire soltanto sollecitazioni di compressione. In questo senso riprendiamo qui i medesimi principi e le considerazioni di stabilità strutturale che già in passato abbiamo studiato e analizzato in riferimento alle piattabande della spinapesce brunelleschiana, e alle cupole rinascimentali dei Sangallo, con particolare attenzione alla possibilità che presentano queste ultime di essere realizzate senza l'uso di casseforme provvisorie.

Nel caso di studio non entriamo nel merito delle varietà e delle diversità morfologie di queste volte-piatte, ma abbiamo sviluppato l'applicazione dei conci reciproci nel caso di una tipologia specifica di volte a doppia curvatura (in questo caso sferica, ma varrebbe analogamente per le Hipar) e abbiamo definito la geometria (stereotomia) di un unico concio tridimensionale reciproco (reciprocal panel) che si aggrega nel pattern strutturale secondo un ordine che è anche pattern geometrico e formale della volta.

ABSTRACT

ON PLATE VAULTS

Geometry and statics of self-balancing ashlar designing vaulted structures

In the fourth book of his treatise on Stereotomy, Amedée F. Frezier describes three types of Plate-Vaults: the plate-bande, the proper plate-vault, and the trumpet vault. The primary difference between these types lies in the way their base course rests on the supports. The first type of vault, similar to a voussoir arch, maintains contact with the abutments at the opposite edges. The second type has all of its edges in contact with the supports, and the third is in contact with abutments on two contiguous sides with the other edges suspended free with no supports.

The current research refers to Amedée F. Frezier, who further had relied on the works of Serlio, Philibert de l'Orme, and also Wallis or de la Hire.

From a static point of view, the structural behaviour of the plate-vault structure can be considered similar to that of plate-bande, but unlike plate-bande, the plate-vault develops in a three-dimensional space, associating them to domes or vaults. The current research conducted focuses on this plate-vault construction adopting reciprocal ashlar (also called panels). The stereotomy of these ashlar units plays a key role allowing the overall structure to remain self-balanced even during the construction phases.

The plate-vaults under research are studied under the hypothesis proposed by J. Heyman, where all evaluations are executed assuming zero tensile resistance, high compressive strength and considering that sliding does not occur. As established by the hypothesis, the properties of the ashlar unit can permit forces of compression and based on this; the authors refer to the statics in place. Principles also used for studying Brunelleschi's herringbone, and in the Renaissance domes of Sangallo, are parallel to the current research and focus on the unique feature that is brought to light: the possibility of construction without the use of a temporary formwork. Within the research, the stereotomy of the reciprocal three-dimensional panel was defined to be used it in composition in the structural scheme of a vaulted surface, according

to a triangular order. In this way, the ashlar constitute, at the same time, to both the geometric design and the structural design. Indeed, the triangular base of such ashlar and thus the triangular interlocking of this structural model is what creates this new model.

The geometry of the reciprocal panel, defined by triangular, hexagonal and rhomboidal compound faces, can be adapted to the most diverse curved, double-curved or even flat surfaces. The geometric alteration is obtained through the manipulation of the parameters like the amplitude of curvature at the surface. Nevertheless, preserving the interlocking of the contiguous triangles and hexagons, guarantees stability during the construction stage as well.

PAROLE CHIAVE | KEYWORDS

Volte-piatte, mattoni autoequilibranti, conci reciproci spinapesce.

Plate-Vaults, self-balancing ashlar, reciprocal ashlar, herringbone.

DALLA PIATTABANDA ALLA STEREOTOMIA

La teoria storica dell'architettura definisce il rapporto tra questa disciplina e l'ingegneria a partire dalla triade di Vitruvio: *firmitas, utilitas, venustas*. È una definizione che qualifica la complessità disciplinare ma contiene anche la regola delle diversità che intercorrono tra ingegneria, edilizia ed architettura. Al di là di questa aporia è l'immaginazione costruttiva che sembra invece accomunare l'ingegneria all'architettura e alle discipline gemelle del design, in un consapevole processo cognitivo. Tutte infatti si fondano su un atto di conoscenza analogo, su un comune pensiero generatore di forme, siano esse forme strutturali, funzionali o simboliche.

La meraviglia della ragione inizia nel gesto dell'uomo che pone una pietra al di sopra di un'altra pietra. E' un'azione elementare che trasforma la materia amorfa e inerte di un minerale in un segno di vita, che produce un simulacro animato da tensioni tra forze contrastanti e le compone nel loro equilibrio. La presenza umana di una volontà attiva rende tutto ciò un processo conoscitivo, per certi versi un gioco, che chiamiamo poesia, *poiesis*, l'arte del fare. La stessa di cui ci parla Paul Valéry quando, nei dialoghi di *Eupalinos*, narra di Anfione che costruì le mura di Tebe muovendo le pietre con la forza della musica.

Non c'è nulla di più grande che innalzare un monolite di fronte all'Oceano. Tutti sanno che il risultato non ha alcuna utilità, ma a nessuno sfugge il ritorno sociale e immaginifico della fatica spesa.

Non c'è nulla di più emozionante che leggere la leggerezza del cielo nella pietra, in una forma assoluta e semplice come la Cupola fiorentina che la diresti opera di nessuno. Come se a realizzarla fossero stati gli automi di Erone, o sostenuta dal nulla come le *stereotomie* di Philibert De l'Orme.

Con questi studi vorremmo riavvicinarci ai momenti della storia in cui l'unica forma di tecnologia nota e disponibile all'uomo era la razionalità astratta della geometria. Quella teoria geometrica che fino alle soglie della modernità aveva costituito la base della scienza meccanica oggi appare lontana e superata in quanto strumento del passato. Ma il passato è anche costituito da ciò che è ancora presente e si offre al nostro sguardo con la evidenza di ciò che è "già stato", e possiede quindi una potenzialità che non può non essere ascoltata.

Ciò che come progettisti architetti e costruttori possiamo imparare dal passato è la conoscenza di un equilibrio strutturale delle forme fondato sulla geometria dei materiali e di quella loro misura reciproca nello spazio tridimensionale che chiamiamo "stereotomia". Ci troviamo così ad operare in un campo che sembra tanto lontano dalle urgenze contemporanee, ma ci troviamo anche, come per incanto, in quel campo assiomatico che sembrava scomparso da secoli, e che vediamo riapparire con forza nel pensiero analitico di grandi scienziati contemporanei come Jacques Heyman. Si aprono da qui nuove possibilità, sia nell'uso di materiali strutturali più sostenibili come il mattone o la terra cruda, fino a quelli più suggestivi e sofisticati come il vetro e la ceramica. Si tratta di una ricerca di equilibrio non solo delle forze ma anche delle forme, una ricerca che appunto riprende temi e concetti della "stereotomia" e della statica grafica, di quella scienza ancora viva che ha al centro della sua concezione fondamentali modelli archetipici che sono ad un tempo paradigmi strutturali e prototipi architettonici, idee fisiche e visioni concettuali e quindi compositive.

Ecco perché è trascinante ripartire dalla "spinapesce" tanto amata dal Brunelleschi e perfezionata dai Sangallo, o dalla leonardesca "piattabanda" già presente nei templi dell'Egitto faraonico, o dalla "piattavolta" che fu l'esperienza totalizzante di Philibert De l'Orme e poi di tutta la grande architettura francese dei secoli postrinascimentali in maestri come Mansard, Blondel, Bullet, Rondelet e Sufflot.

Forse l'aspetto più intrigante di studi come questi, è proprio quello di ripensare in una dimensione futura determinate tecnologie costruttive abbandonate dalla pratica costruttiva e dalla meccanica, che nell'ultimo secolo ha privilegiato le indagini e la modellazione delle deformazioni del materiale in campo elastico e plastico, mentre oggi sembra riproporsi l'urgenza di studiare il comportamento di elementi strutturali semplicemente compressi, rigidi, capaci di autoequilibrarsi in forza della propria geometria e della reciproca aderenza. Questi nuovi problemi costruttivi emergono dalle procedure edilizie che si prospettano in un mondo dove le pratiche edificatorie sembrano richiedere sempre più l'automazione di bracci robotici i quali, per loro natura, possono operare solo nelle condizioni di continuità di forme in equilibrio anche e soprattutto durante le fasi intermedie dei processi di costruzione.

GEOMETRIA E STATICA

Gli Antichi, quando parlavano dei problemi costruttivi, pensavano alla Geometria.

Fu così al tempo delle Piramidi egiziane e delle grandi volte della Persia, fu lo stesso nei ripetuti Rinascimenti che coinvolsero l'umanità, quelli arabi e quelli bizantini, fino al nostro Rinascimento italiano.

Noi Moderni, malgrado la nostra ostentata presunzione tecnologica, spesso non riusciamo neppure a comprendere come certe opere possano essere state realizzate, ma nello stesso tempo rimaniamo stupiti e orgogliosi nel vedere quanta sapienza e quanta abilità gli antichi ci hanno trasmesso.

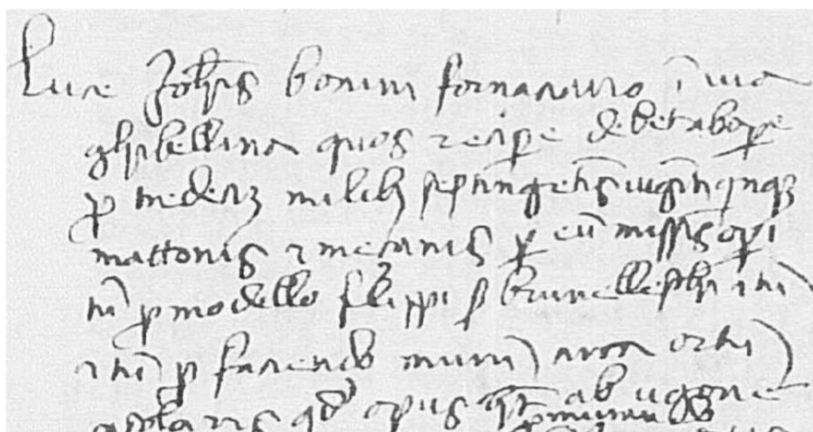


1. Ctesifonte, Arco funicolare in mattoni crudi di 40 metri di altezza realizzato nel IV secolo d.C. vicino a Bagdad in Persia (IRAN).

La geometria è oggi una disciplina trascurata, spesso emarginata anche dalle nostre scuole di progettazione. Al punto che, davanti a grandi opere monumentali come la Cupola di Santa Maria del Fiore, preferiamo parlare di genialità, di mistero.

Brunelleschi non ebbe bisogno di molte parole per illustrare ai suoi contemporanei il modo in cui avrebbe costruito un'opera tanto eccezionale, senza l'utilizzo di casseforme provvisorie e di sostegno durante la fase costruttiva. "Si muri – scriveva nel suo Rapporto ai Provveditori del 24 gennaio 1426 – con i mattoni grandi, usando quella spinapesce secondo sarà deliberato da chi dovrà condurre". E per essere più chiaro realizzò anche un modello con mattoni oggi perduto ma che risulta dagli atti.

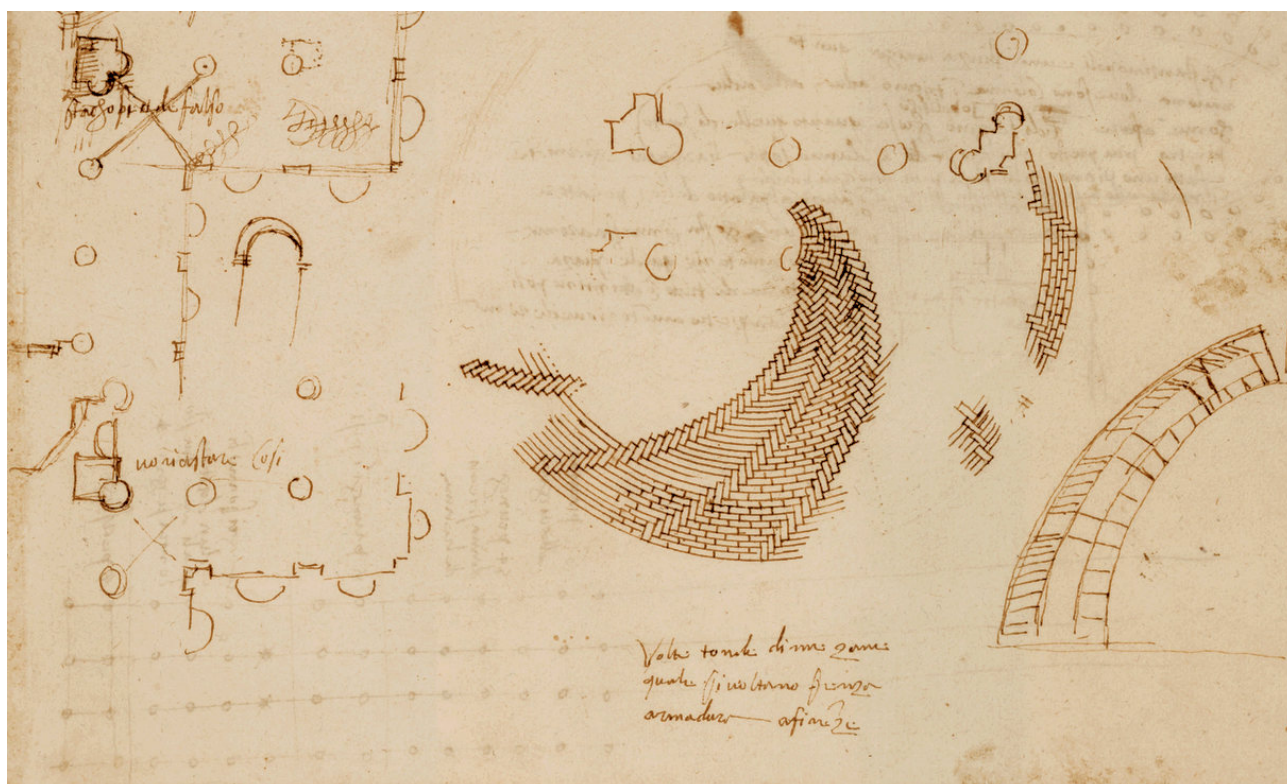
La semplicità della descrizione evidenzia come si trattasse di un dispositivo noto ai suoi interlocutori.



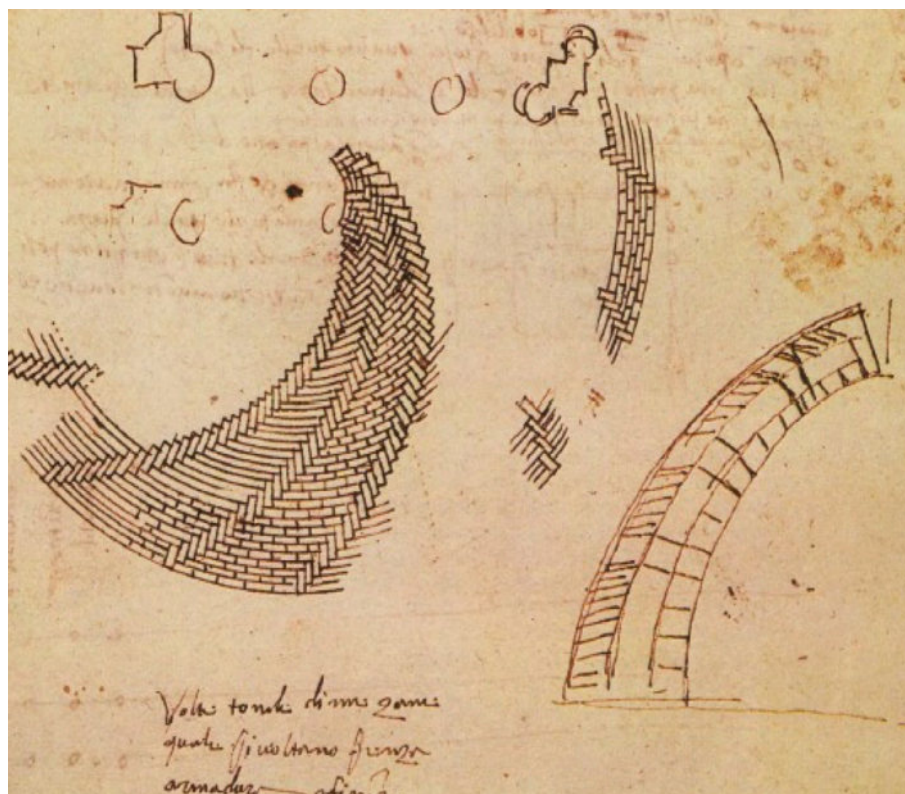
2. Filippo Brunelleschi, Rapporto ai Provveditori del 24 gennaio 1426*, Estratto dall'Archivio Opera del Duomo, cfr.: <http://duomo.mpiwg-berlin.mpg.de/>

3. Cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze. Veduta absidale della cupola Brunelleschiana, 1420-1436.

Dopo di lui la tecnologia a spinapesce sarà sempre più utilizzata e perfezionata: cento anni dopo, alla metà del Cinquecento, Antonio da Sangallo il Giovane ci lascia persino un disegno esecutivo, oggi conservato agli Uffizi, che riporta la pianta e la sezione verticale di una cupola con tutti i singoli mattoni e con una sorta di didascalia "Volte tonde di mezzane (*mattoni*) quali si costruiscono a Firenze, senza armature".

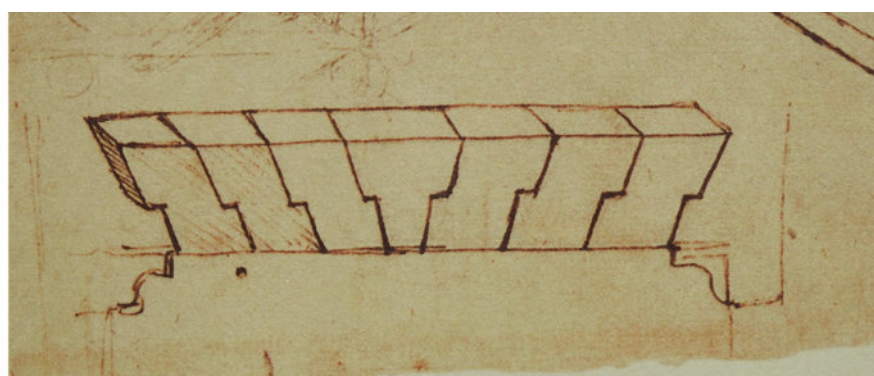


4a. Antonio da Sangallo il Giovane, circa 1530 – disegno 900 A verso (n. 639051), Firenze, Gabinetto Uffizi, foglio completo con il rilievo della Chiesa di Santo Spirito.



4b. Antonio da Sangallo il Giovane, circa 1530 – disegno 900 A verso, Firenze, Gabinetto Uffizi, Particolare con pianta e sezione del modo in cui voltare le cupole con orditura a spinapesce.

Il diffondersi delle capriate in legno generò un progressivo abbandono di questa tecnica muraria, che tuttavia non si perse; si sviluppò invece, soprattutto in Francia, raffinandosi ulteriormente nella più nobile e ricca tipologia delle volte in pietra. Dopo il Brunelleschi e il Sangallo, ben oltre Leonardo e il Serlio, questa tecnologia torna nell'interesse teorico dell'architettura, con Philibert de l'Orme, con De la Hire, e con la numerosa schiera di maestri francesi dei secoli postrinascimentali: i Mansard, Jaques - Francois Blondel, Etienne-Louise Bullet, fino Rondelet e Sufflot, costruttori del Pantheon parigino.



5. Leonardo da Vinci, piattabanda realizzata con conci reciproci "Voussoirs", Particolare dal Codice Atlantico, f. 367 v-a, oggi, 1074r, Milano Biblioteca ambrosiana.

Fu dal lavoro di quegli architetti francesi del XVIII secolo che nacque una nuova disciplina. Nel 1739 a Parigi, Amedée Fraziers pubblica il "Trattato sulla Stereotomia" (vedi i 3 volumi sulla "Stereotomie," Fraziers, Parigi 1739).

Nel quarto Libro introduce certe strutture che definisce "Des Voutes Planes", cioè Volte Piatte, come quella leggendaria del Municipio di Arles. Le caratteristiche di

queste volte sono i conci di cui sono fatte, blocchi in pietra di forme particolari, "autoequilibranti" in grado di sostenersi reciprocamente. Il loro comportamento statico è quello di un "arco piatto" o appunto di una "piattabanda" tridimensionale, che concettualmente è analoga alle piattabande della spinapesce brunelleschiana.



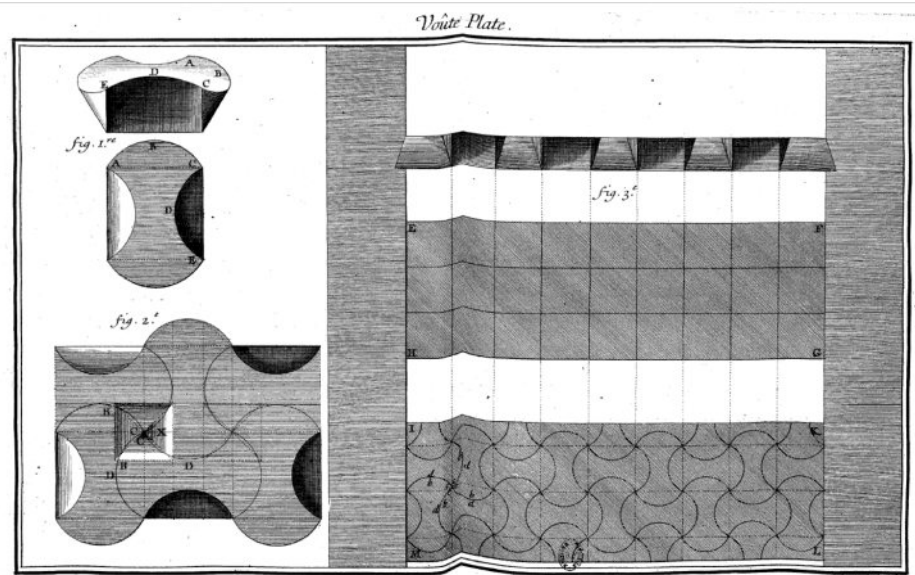
6a,b. Amedée François Frezier "La Theorie e la Pratique de la Coupe des Pierres e des Bois pour la Construction des Voutes ou Traité de stereometrie a l'usage de l'architecture". J-D.Doulsseker, L.H. Guerin, Strasbourg Paris - 1738. Frontespizio, Volume secondo, e il Modello in carta di un mattone reciproco ispirato alla Stereotomia.



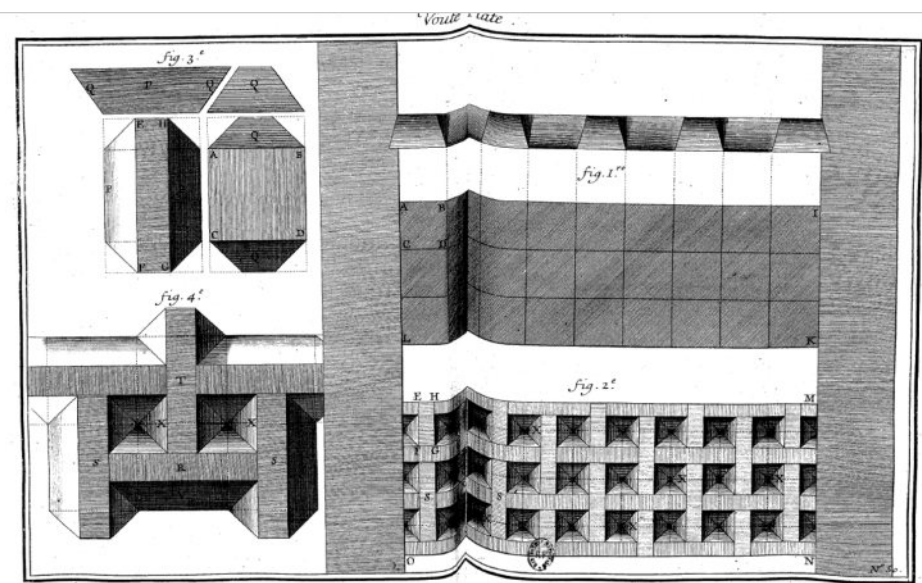
7a. L'Hôtel de Ville della città di Arles. Vista generale della volta in pietra del vestibolo progettato da Jules Hardouin-Mansart (1646-1708), nipote e allievo di François Mansart (1598-1666), e di Michel Mansart.



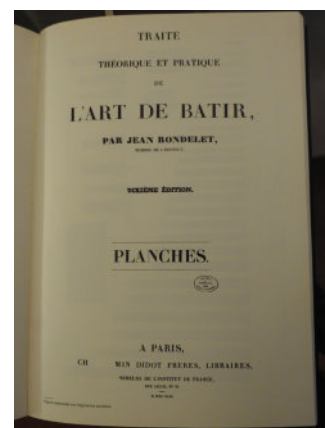
7b,c. L'Hôtel de Ville nella città di Arles, Particolare.



8a. Père Sebastien, Volte Piatte, Paris 1699. (da J.-G. Gallon, *Machines et inventions approuvées par l'Académie Royal des Sciences. Tome Premier, Depuis 1666 jusqu'en 1701*, Paris, G.Martin, J-B- Coignard, H-I- Guerin, 1735,pl.LI).



8b. J. l'Abeille, Volte Piatte, Paris 1699. (da J.-G. Gallon, *Machines et inventions approuvées par l'Académie Royal des Sciences. Tome Premier, Depuis 1666 jusqu'en 1701*, Paris, G.Martin, J-B- Coignard, H-I- Guerin, 1735,pl.LI).

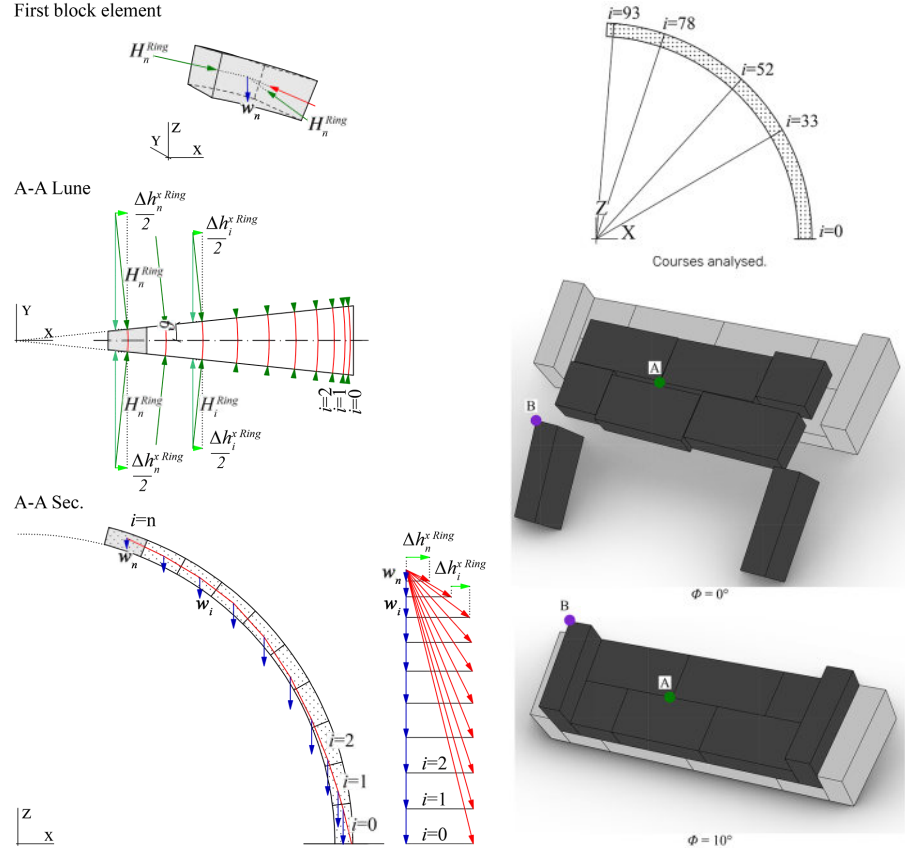


8c. Frontespizio del "Traité theorique et pratique de l'art de batir, par Jean Rondelet" 1802-1810.

Oggi la teoria di Jaques Heymann e gli studi di Santiago Huerta ci guidano alla comprensione dei principi che regolano l'equilibrio in strutture di questo tipo.

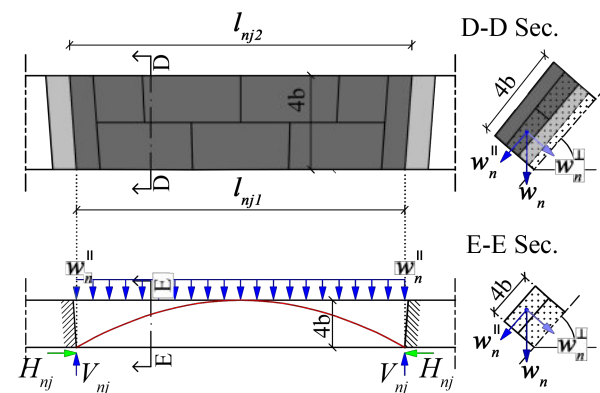
La loro teoria ci fornisce gli strumenti per analizzare i cinematismi di collasso e i limiti di sicurezza. Dalle funicolari dei carichi e sulle tracce delle "linee- o superfici - di spinta" **thrust line** si definiscono le geometrie delle forme e le condizioni di equilibrio.

First block element



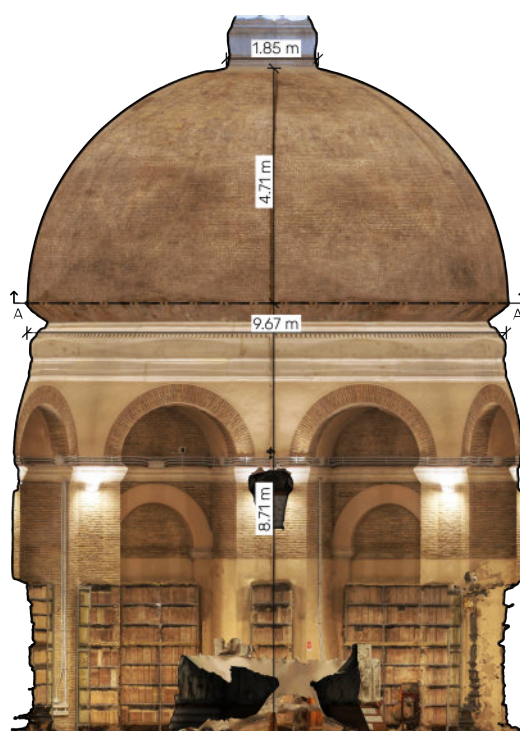
9a. Metodo delle linee di spinta modificato. Il metodo è stato formulato per la prima volta da H.T. Eddy, in *Researches in graphical statics*, D.Van Nostrand Publisher, 1878. L'approccio tiene conto della bassa resistenza a trazione della muratura. Oggi è utilizzato per l'analisi statica di cupole in muratura in accordo con la teoria di J. Heyman.

9b. Metodo agli elementi discreti applicato per simulare il comportamento di una piattabanda. Le simulazioni mostrano che, coerentemente con la realtà, per bassi valori di attrito i mattoni scivolano tra loro e sul piano inclinato.

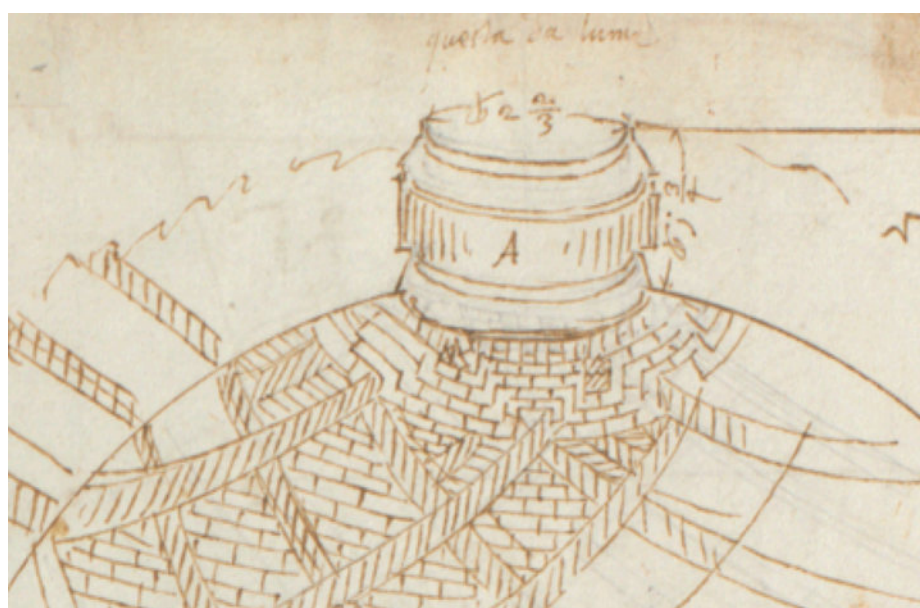


9c. Rappresentazione analitica del comportamento statico della piattabanda in accordo con le ipotesi di J. Heyman.

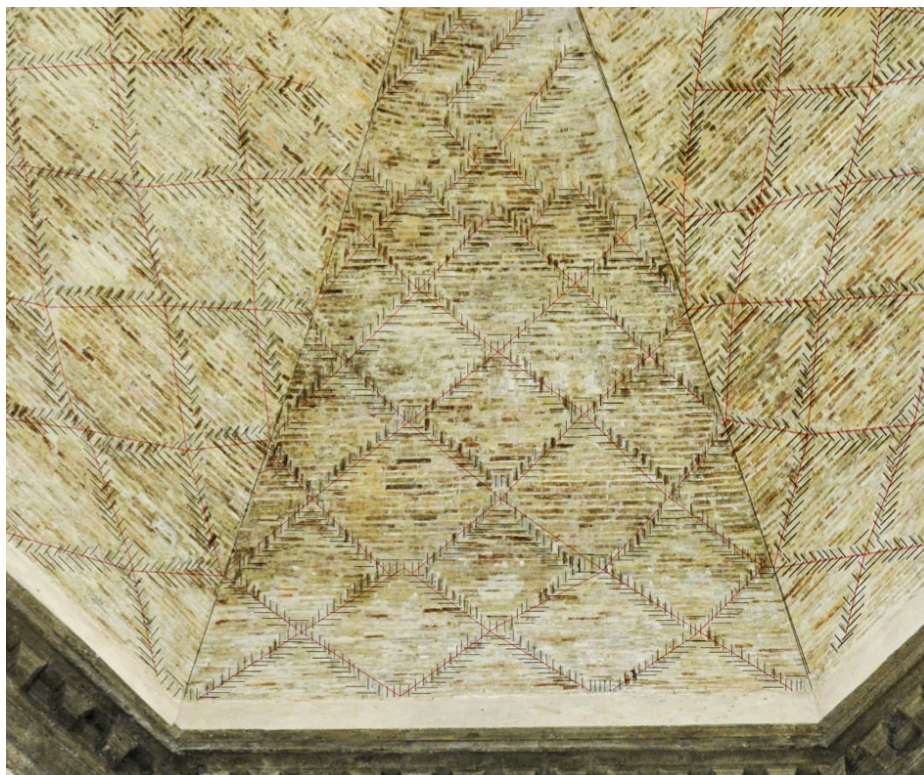
Ecco perché i casi che stiamo studiando, apparentemente più vicini all'architettura barocca francese, riprendono in realtà gli stessi principi statici che abbiamo imparato a conoscere, analizzato e documentato nelle volte del Sangallo a Montefiascone e in quella di Simon Mago nella Basilica di San Pietro in Vaticano a Roma. Queste volte cinquecentesche sono state infatti per noi i casi di studio esemplari, perché l'assenza dell'intonaco di malta all'intradosso di quelle cupole ci ha permesso di rilevare tutti i singoli mattoni utilizzati e ridisegnare e comprendere le ragioni costruttive della particolare disposizione e posa dei mattoni e della loro giacitura a spinapesce in spirali lossodromiche.



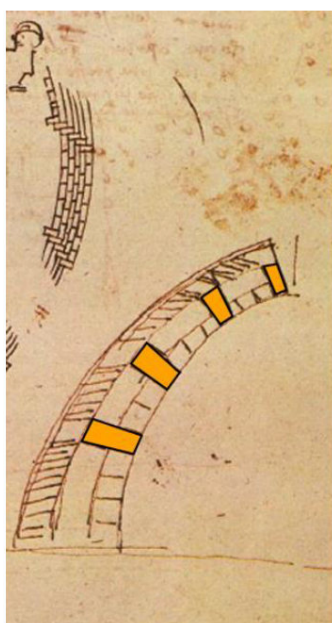
10a. Rilievo con scansione tridimensionale dell'intradosso della cupola dell'Ottagono San Basilio nella basilica del Vaticano a Roma, eseguito dagli studenti della Facoltà di ingegneria dell'Università di Bergamo e da SABE. Sezione verticale. Progetto di Antonio da Sangallo il Giovane, c.a 1520.



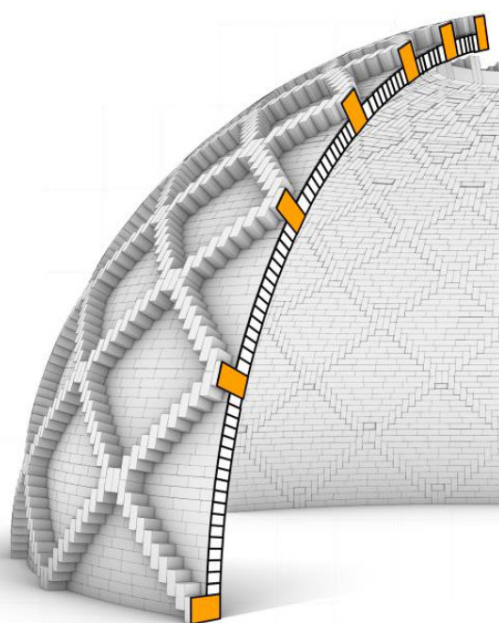
10b. Antonio da Sangallo il Giovane. Dettaglio del disegno raffigurante la Cupola di San Basilio/Simon Magus negli ottagononi della Basilica Vaticana. Gabinetto Uffizi, Firenze, Disegno foglio 1330 (n. 594469).



10c. Antonio da Sangallo il Giovane, c.a 1526, Cupola di Montemoro a Montefiascone. Sulla scansione tridimensionale dell'intradosso privo di intonaco sono evidenziate le orditure della doppia spinapesci incrociata.

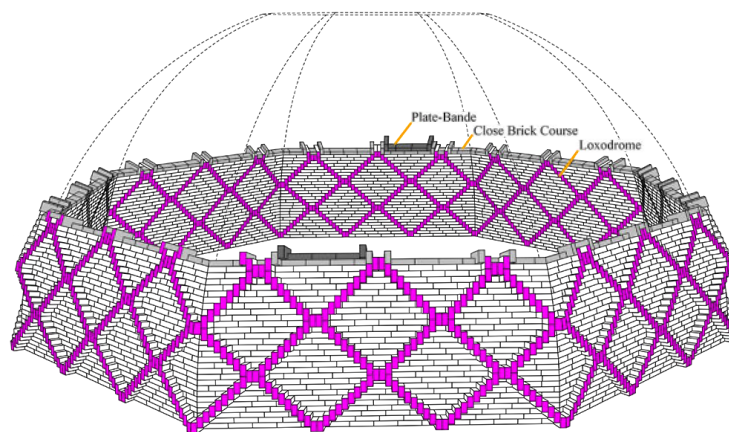


a



b

10d. Confronto tra il disegno di Antonio da Sangallo al foglio 900 A del Gabinetto Uffizi di Firenze e il modello tridimensionale disegnato sulla corretta interpretazione del disegno sangallesco, anche in riferimento alla doppia orditura delle spinapesci incrociate come rilevate dalle cupole di Montemoro a Montefiascone e di san Basilio in Vaticano. Disegno Pizzigoni-Paris.

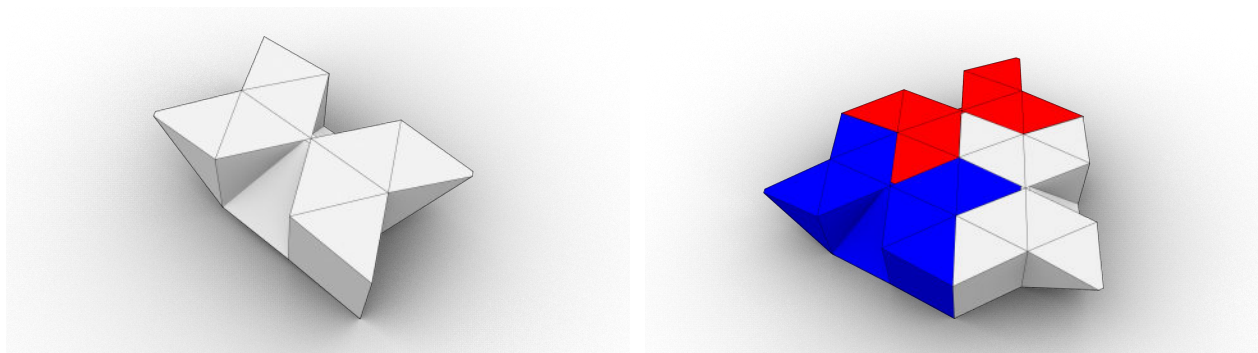


10e. Questo disegno ricostruisce l'orditura e il paramento murario leggibile nell'intradosso della cupola ottagonale di Montemoro a Montefiascone, realizzata nel terzo decennio del Cinquecento su progetto di Antonio da Sangallo il Giovane. Il modello tridimensionale è stato messo a punto per verificare le condizioni di equilibrio e le sollecitazioni strutturali assorbite dalle piattabande orizzontali contenute tra le spirali delle spinapesce.

A questo proposito è significativo l'articolo pubblicato recentemente in *Engineer Structures* (Volume 215, 15July2020, 110440, V.Paris, A.Pizzigoni, S.Adrianssens) oltre alla Tesi PhD di V.Paris, Unibg 2020, e le precedenti ricerche didattiche del corso, e in particolare la tesi di Laurea Magistrale di D.Pezzoli. Unibg, 2019. Pur nel richiamo agli studi sulla spinapesce brunelleschiana e dei Sangallo, diviene ora centrale il riferimento ai teoremi della Stereotomia, sviluppata in Francia nei secoli XVII e XVIII.

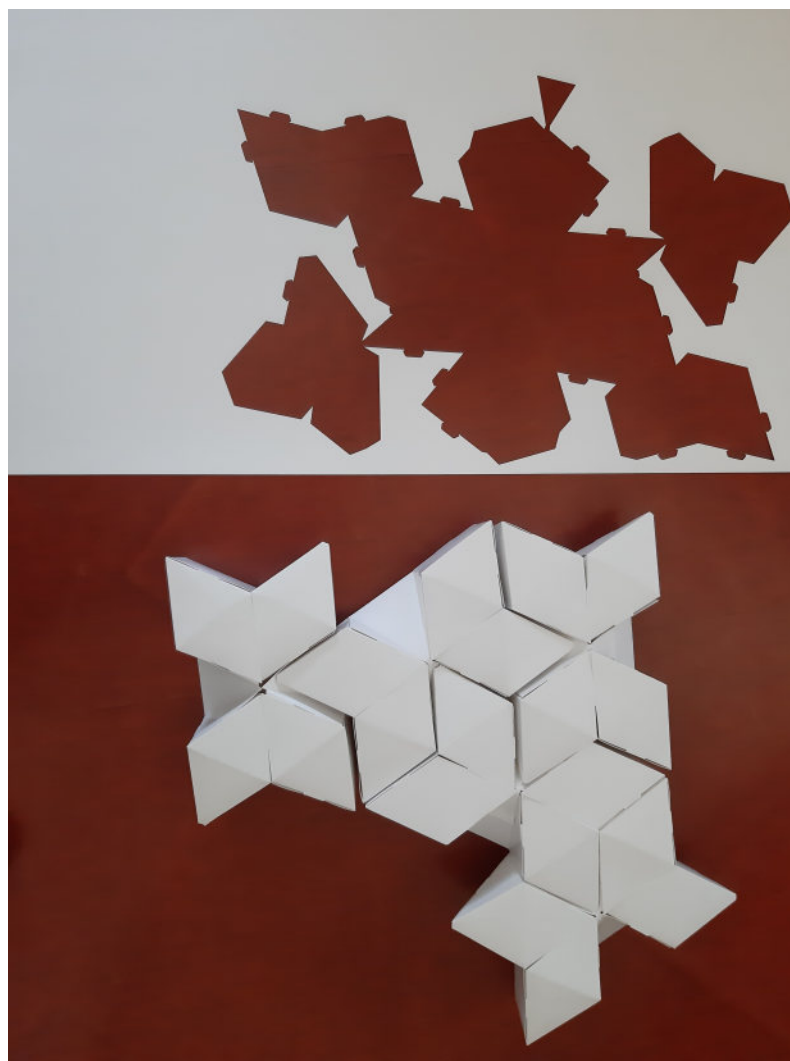
Su questa linea di ricerca siamo giunti così a progettare e a mettere a punto il modello fisico di un concio modulare (*ashlar*) in grado di autosostenersi reciprocamente anche nella fase di posa e assemblaggio a secco.

In particolare abbiamo messo a punto la geometria parametrica di un concio a legame reciproco su un pattern triangolare, derivandolo da quelli rettangolari che lo stesso Frezier riporta (Tavola Pl.31) riprendendoli dai brevetti di J. l'Abeille e di S. Trucher. Ma la forma triangolo-esagonale di questo pattern strutturale, si differenzia e costituisce una innovazione rispetto a quelli generati da uno schema rettangolare. Lo schema triangolare risulta infatti più adatto alle forme geodetiche delle superfici voltate, e garantisce nel contempo un assemblaggio più stabile dei conci proprio per la maglia continua dei triangoli equilateri e degli esagoni.

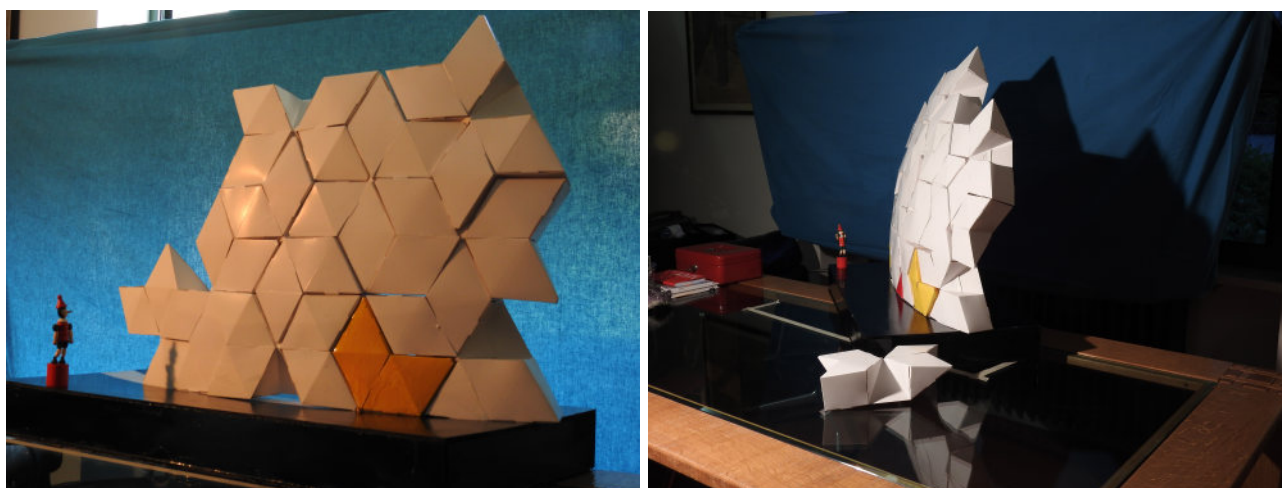


11a. Modello tridimensionale di Mattone reciproco autosostenibile.

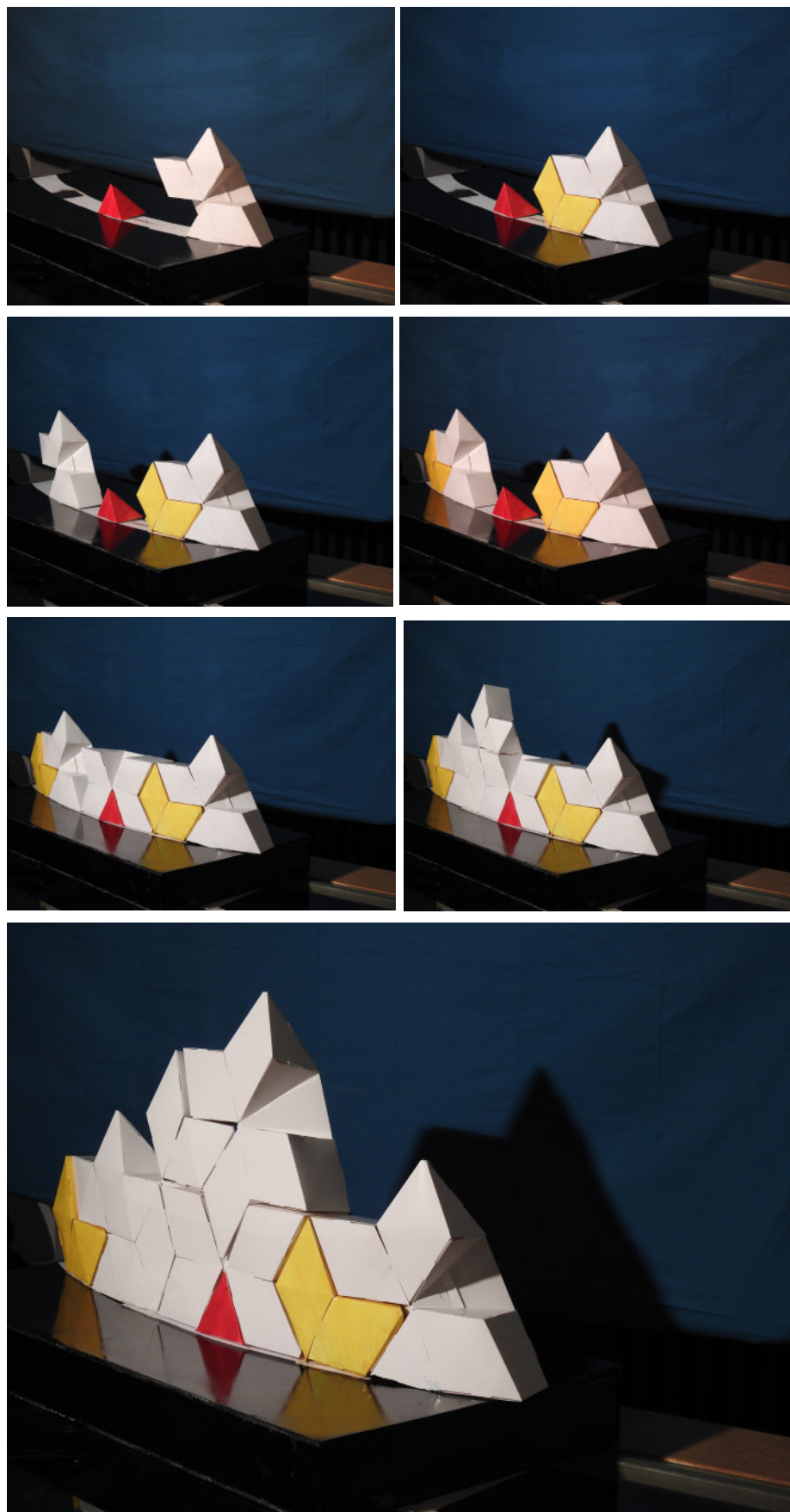
11b. Esempio di connessione reciproca realizzata con tre identici mattoni reciproci autosostenibili. (modello 3d).



12a. Sviluppo solido per il prototipo di un 'mattoncino' reciproco autosostenibile.



12b,c. Applicazione del prototipo in carta secondo la tassellazione geometrica di un icosaedro regolare per il modello di una struttura voltata sferica da realizzarsi con blocchi semplicemente accostati e senza armatura provvisoria.



12e. Sequenza di posa di mattoni reciproci equilibranti, accostati a secco, nella tassellazione di una struttura voltata sulla geometria dell'icosaedro.

L'uso di questo concio ci permette di progettare una superficie voltata con elementi prefabbricabili e uniformi, strutturati in pattern di tasselli triangolari equilateri. La geometria modulare dei conci, la loro uniformità, la maglia triangolare ottimizzano la discretizzazione di superfici voltate a curvatura costante, ma non solo quelle. Gli spessori e la forma sono legati alla resistenza a compressione dell'intera struttura e alle geometrie per il contenimento della superficie di spinta. L'equilibrio strutturale reciproco dei mattoni assemblati viene raggiunto già in fase intermedia di posa dei singoli conci, senza che si rendano necessarie casseforme provvisorie temporanee e di sostegno.

Proprio questa ultima caratteristica apre la strada a un campo di applicazioni innovative con l'utilizzo di bracci meccanici o di droni.

Infatti la geometria dei singoli conci e la loro forma sono stati pensati nella possibilità di essere aggregati tra loro a secco e di fornire la necessaria resistenza all'intera struttura proprio attraverso i loro rapporti di reciprocità nell'assorbimento delle sollecitazioni.

Sono quindi state le loro condizioni equilibrio nella fase esecutiva di posa senza l'utilizzo di casseforme provvisorie temporanee che hanno aperto questa ricerca a un campo di applicazioni innovative com'è appunto quello dell'uso di bracci meccanici per il montaggio delle strutture voltate.

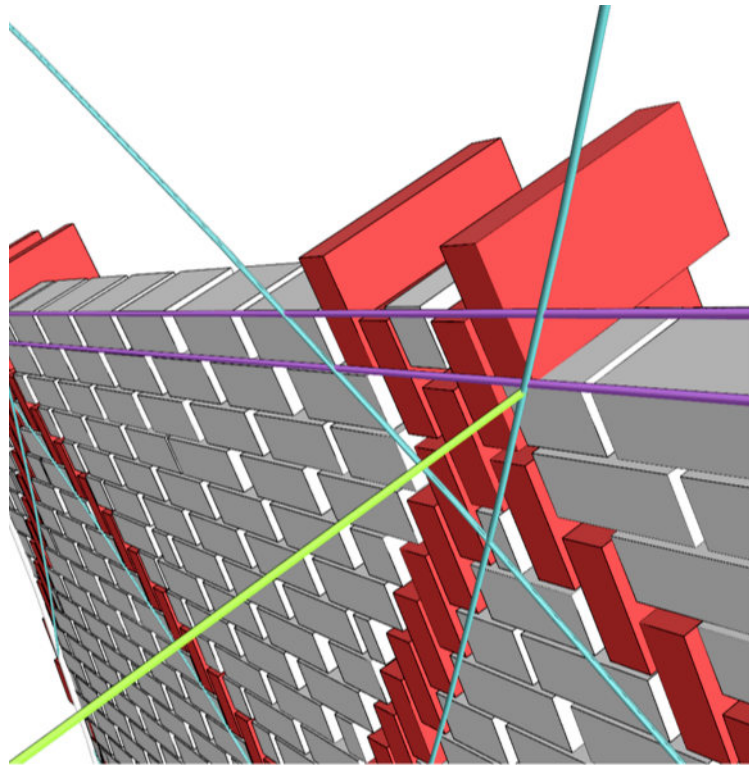
È in questo senso che possiamo descrivere la nostra ricerca nella continuità storica e scientifica di una narrazione antica che ci parla di pietre che trovano il loro equilibrio in un rapporto relazionale di equilibrio e di reciprocità.

Ma è proprio seguendo le tracce di quelle presenze architettoniche che uniscono la vicenda brunelleschiana alle ultime innovazioni dei droni e dei bracci meccanici della robotica contemporanea che la tecnologia supera la propria contingenza storica e diventa performativa dello spazio e del suo utilizzo sociale.

Ed è in questa continuità con la storia dell'arte e della tecnica che abbiamo messo a punto il senso del nostro agire contemporaneo da progettisti: per affermare come il nostro rapporto con il passato e con il futuro acquisti un senso nelle parole di Martin Heidegger che nella Conferenza di Brema e Friburgo, (ed. Adelphi, Milano 2002, pagg.114), afferma: "la grande tradizione viene verso di noi in quanto avvenire".

REFERENCE / BIBLIOGRAFIA

- l'Abeille J. e Sebastien Trucher
<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3471s/f225.item.r=.langFR> pg. 159-163, tav. 225 293.
 Brocato M., Mondardini L, *A new type stone dome based on Abeille's bond*, University Paris-Est, International Journal of Solid and Structures 49 (2012) 18786-18801. Elsevier.
 Frezier M. (Amedee Francois), *"La Theorie e la Pratique de la Coupe des Pierres e des Bois pour la Construction des Voutes"*, 3 Toms, Strassbourg & Paris, 1737-1738-1739.
 Fallacara G., 2009, Toward a stereotomic design: experimental constructions and didactic experiences. In Huerta S.(Ed.), Proc. Third int. Congress on Construction History, BTU Cottbus, pp.553-559
 Gargiani Roberto (a cura di), *"L'architrave, le planchers, le plat-bands"*, EPFL Losanna, Archi., 2012, ISBN 978-2-88074-893-7
 Loing V., Baverel O., Caron J-F., Mesnil R., *Free-form structures from topologically interlocking masonries*, Laboratoires Navier, In Elsevier, "Automatism in Construction" 113 (2020) 103-117.
 Paris V., Pizzigoni A., *La struttura nascosta. Verosimile ipotesi della Cupola fiorentina: il modello tridimensionale dei mattoni orditi a spinapesce e del loro ordinamento nello spazio*, Structural 205 - maggio giugno 2016, paper 14, ISSN 2282-3794 DE LETTERA WP DOI 10-12917/Stru205.14-
<http://www.dx.medra.org/10.12917/Stru205.14>
 Paris V., Pizzigoni A., Adriaenssens S., *Statics of self-balancing masonry domes constructed with a croo-herringbone spiraling pattern*, Elsevier, Engineering Structures 215 (2020) 110440
 Pizzigoni A., Paris V., *Regular talk*, 1st Italian Workshop on Shell and Spatial Structures 2020, 25th June 2020 video -<https://sites.google.com/view/iwss2020/the-workshop>
 Salvatore Marta, *"La Stereotomia Scientifica Di A.F. Frezier – Prodromi della geometria descrittiva nella scienza del taglio delle pietre"* Firenze University Press 2012; ISBN 978-88-6655-279-6 (online).



ON PLATE VAULTS

Geometry and statics of self-balancing ashlars designing vaulted structures

FROM THE PLATE-BANDE TO THE STEREOTOMY

The theory of architecture defines the relationship between this discipline and engineering, starting from Vitruvius' triad: firmitas, utilitas, venustas. It is a definition that qualifies the disciplinary complexity but also contains the rule of differences between engineering, construction and architecture. Beyond this aporia is the constructive imagination that seems to combine engineering with architecture and the twin disciplines of design, in a conscious cognitive process. They are all based on an analogous act of knowledge, on a common thought generating form, whether structural, functional or symbolic.

The wonder of reason begins in the gesture of a man who places one stone above another. It is an elementary action that transforms the amorphous and inert matter of a mineral into a sign of life, which produces a simulacrum animated by tensions between contrasting forces and further composes them in a state of equilibrium. The active human presence makes all this a cognitive process, in some ways a game, which we could say is a form of poetry, poiesis or even the art of doing. A similar mention by Paul Valéry is seen in the dialogues of Eupalinos, where he talks about Anfione who built the walls of Thebes, by moving the stones with the force of music. There is nothing greater than raising a monolith facing the ocean but everyone knows that the result is of no use, nevertheless no one escapes the social and imaginative return in the effort that it takes. There is nothing more exciting than reading the lightness of the sky in the stone, in an absolute and simple form like the Florentine Dome that you would say is nobody's work. As if it had been made by Hero's automatons, or supported by nothing like Philibert De l'Orme's stereotomies.

Masonry vault, cross-herringbone pattern. The model is elaborated starting from the traces of the Vatican dome of San Basilio, and in analogy to the drawings of Antonio da Sangallo the Younger.

An ancient narrative that tells of stones that find their balance in the wonder of reason: from Brunelleschi's dome to the robotic arms of modern robotics where technology is performative of space and its social use. It is in the continuity of the eternal dialectic of creative practice that our current research takes place, to fix that mirror between modern and ancient of which Heidegger speaks: "the great tradition advances towards us as the future". With these studies, we would like to approach the moments in history when the only form of technology known and available to man was the abstract rationality of geometry. That geometric theory which until the beginning of modernity had formed the basis of mechanical science, but today it appears distant, outdated as an instrument of the past.

However, the past is also made up of what is still present. It offers itself to our eyes the evidence of what has "already been", therefore it possesses a potential that cannot be overlooked. The presence of the future and the past are co-located within the same polarity within which real innovation may develop: the creative architectural kind as well as the art of building that is needed. What we can learn as designers, architects and builders from the past, is the knowledge of a structural balance of forms based on the geometry of materials and their mutual measurement in three-dimensional space that we call "stereotomy". Thus we find ourselves operating in a field that seems so far removed from contemporary urgencies, we also find ourselves, as if by magic, in that axiomatic field that seemed to have disappeared for centuries, and that we see reappearing strongly in the analytical thinking of great contemporary scientists such as Jacques Heyman. New possibilities open up from here, both in the use of more sustainable structural materials such as brick or unfired earth, to the more evocative and sophisticated ones such as glass and ceramics.

It is a search for balance not only of forces but also of forms, it is important to conduct research that precisely takes up themes and concepts of "stereotomy" and graphic statics, of that science still alive that has at its archetypal core models, that are at once structural paradigms and architectural prototypes, physical ideas and conceptual and therefore compositional visions. This is why it is fascinating to start from the early examples of the herringbone, loved by Brunelleschi and perfected by Sangallo, or from the Leonardesque plate-bande already present in the temples of Pharaonic Egypt, or even from the plate-vault that was the totalising experience of Philibert De l'Orme.

Perhaps the most intriguing aspect of studies such as these or in V. Paris' PhD thesis is precisely that of rethinking certain construction technologies in a futuristic dimension, previously abandoned by construction practice and mechanics, which over the last century has favoured the investigation and modelling of deformations of the material in the elastic and plastic field. At the same time, the urgency to study the behaviour of structural elements compressed, rigid, able to balance themselves in the strength of their geometry and mutual adherence is recognised. These new construction problems emerge in a world where building practices seem to require more and more automation through robotic arms, which, by their nature, can operate only in the conditions of continuity of forms in equilibrium, especially during the intermediate phases of construction processes.

GEOMETRY AND STATICS

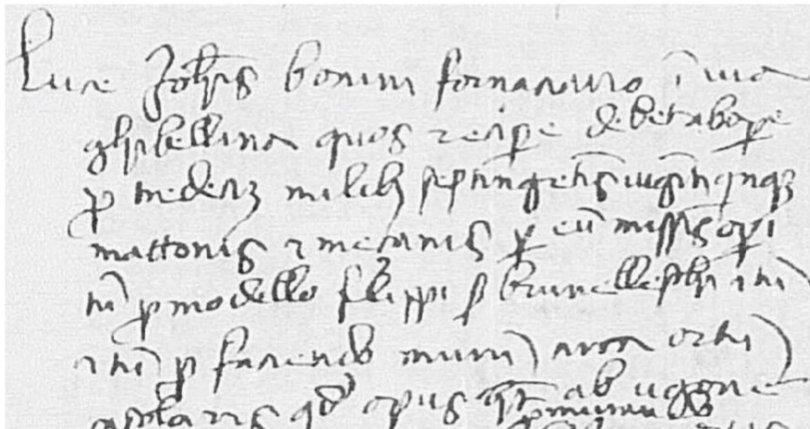
The Ancients, when they talked about construction problems, they thought at Geometry. It was so at the time of the construction of the Egyptian Pyramids and the great vaults of Persia; it continued to be the same during the Arab, Byzantine and Italian Renaissance. We, the modern day architects and engineers, with all our ostentatious technological presumption, often cannot even understand how certain

works were done, but at the same time, we are proud and amazed to see how much wisdom and skills the ancestors have left to us.



1. Ctesiphon. Raw bricks arch (40 meters high). 4th century BCE (Baghdad, Iran).

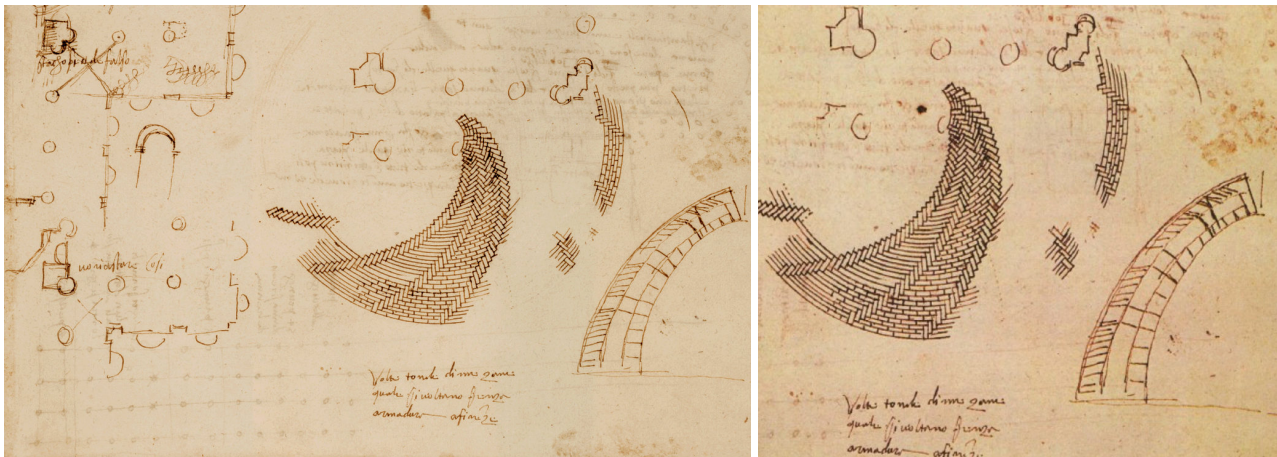
Today, Geometry is a neglected discipline, often marginalised even by design schools. This neglect is to the point that, the technology of great monumental works such as the Dome of Santa Maria del Fiore, are referred to as genius or mystery. Brunelleschi did not need many words to illustrate to his contemporaries, on how he would have built such an exceptional work, without the use of centering or temporary supports during the construction stages. He wrote in his Report to the Proveditors of 24 January 1426: "let us build with bricks, laying those following the herringbone pattern and learn from this act of building", and to be more precise, it is recorded that he also built a scale bricks model, which does not exist anymore. The simplicity of the description adopted shows how the device was well-known to master masons.



2. Filippo Brunelleschi, Report to the Supervisors of 24 January 1426 *, Extract from the Opera del Duomo Archive, see: <http://duomo.mpiwg-berlin.mpg.de/>.

3. Cathedral of Santa Maria del Fiore. Apsidal view of dome, 1420-1436 (Florence, Italy).

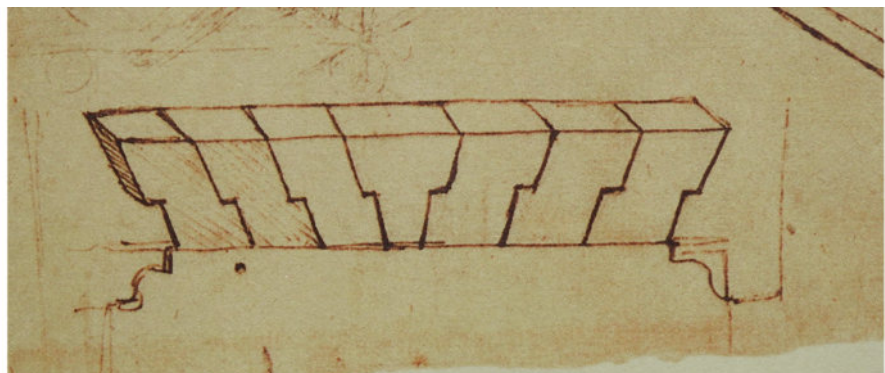
After him, the herringbone technology was increasingly used and perfected: about one hundred years later, in the middle of the sixteenth century, Antonio da Sangallo the Younger left an executive drawing, now preserved in the Uffizi, showing the plan and the vertical cross section of a dome with all the individual bricks and with a caption "curved vaults of Mezzane (which are a type of bricks) as they are built in Florence, without centering".



4a. Historical document by Antonio da Sangallo the Younger, (1530). Sketch of Church of Santo Spirito Florence, Drawing 900A (n. 639051), Uffizi Cabinet.

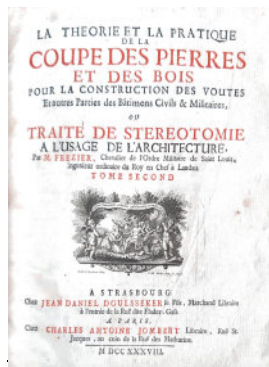
4b. Historical document by Antonio da Sangallo the Younger, (1530). Detail of plan view and section views.

The spread of wooden trusses has contributed a progressive abandonment of this masonry technique, which however was not entirely lost; it leads to developing instead, especially in France, further refining itself in the noblest and the rich typology of stone vaults. After Brunelleschi and Sangallo, well beyond Leonardo and Serlio, this technology returned to be of theoretical interest in the architecture field, amongst Philibert de l'Orme, De la Hire, and the many French masters of the post-Renaissance centuries: the Mansard, Jaques-Francois Blondel, Etienne-Louise Bullet, Rondelet and Sufflot, builders of the Parisian Pantheon.



5. Leonardo da Vinci, plate-bande, built with reciprocal ashlar: "crossing ashalar". Detail from the Codex Atlanticus, f. 367 v-a, today, 1074r, Milan Ambrosian Library.

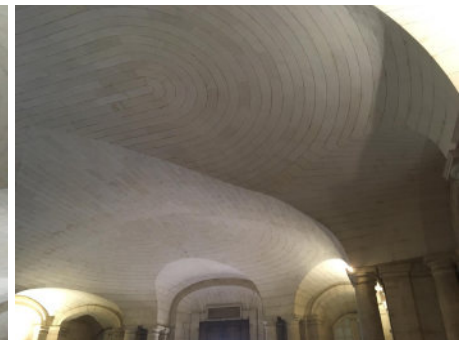
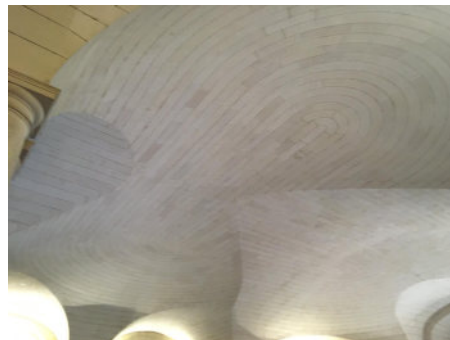
It was from the work of those 18th-century French architects that a new discipline was born: in 1739 in Paris, with Amedée F. Frezier, who published the "Treatise on Stereotomy". The subject of this research, however, is collected from his fourth book, where he introduces structures defined as "Des Voutes Planes", i.e. Plate Vaults, such as the legendary one of Arles Town Hall. The characteristics of these vaults are the peculiar cut-stone element, properly called ashlar of which they are made. Their shape confers the self-balancing entity to these plate-vaults. Their static behaviour is analogue to the three-dimensions plate-bande, conceptually similar to that of Brunelleschi's herringbone role.



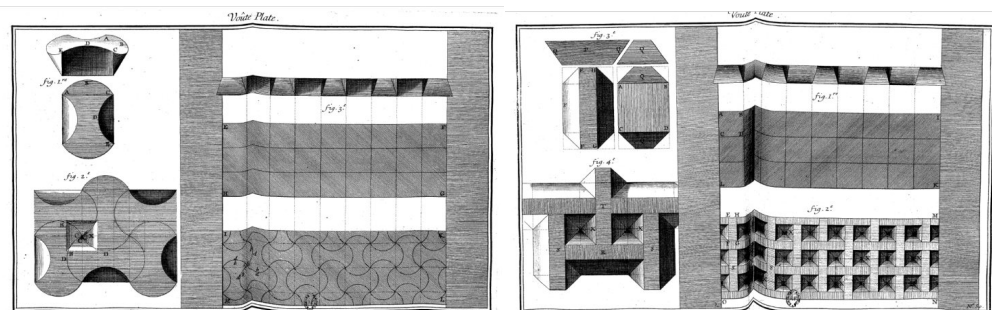
6°_b. Amédée François Frezier "La Théorie e la Pratique de la Coupe des Pierres e des Bois pour la Construction des Voûtes ou Traité de stereometrie a l'usage de l'architecture". J-D.Doulsseker, L.H. Guerin, Strasbourg Paris - 1738. Frontispiece, Second volume, Top: paper model of a reciprocal self-balanced ashlar inspired by Stereotomy.



7a. Hôtel de Ville in Arles. View of the stone vault of the vestibule designed by Jules Hardouin-Mansart (1646-1708), grandson and pupil of François Mansart (1598-1666), and of Michel Mansart.



7b o 7c. Hotel de Ville in Arles, Detail.



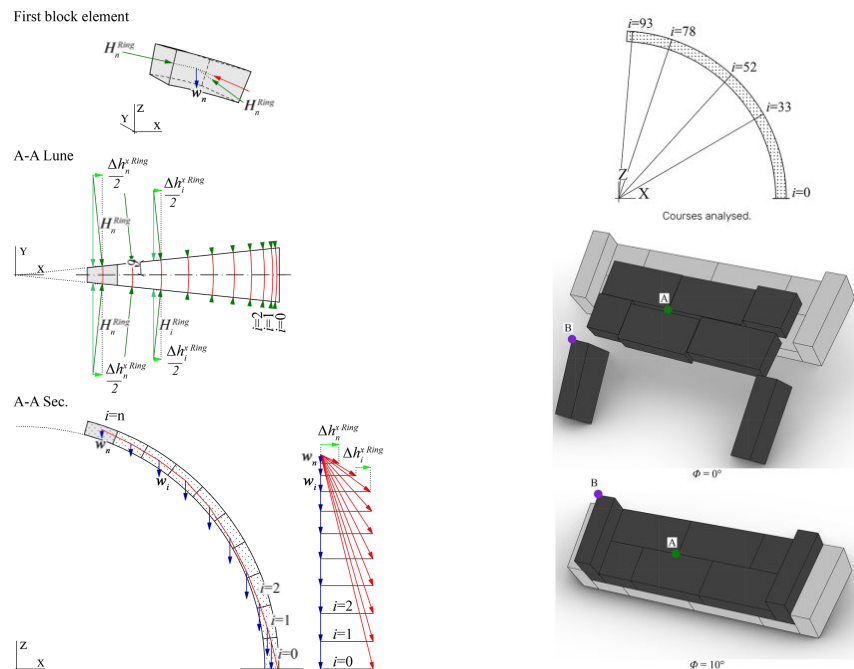
8a. Père Sébastien, Plate Vaults, Paris 1699. (da J.-G. Gallon, Machines et inventions approuvées par l'Académie Royal des Sciences. Tom Premier, Depuis 1666 jusqu'en 1701, Paris, G.Martin, J-B- Coignard, H-I- Guerin, 1735,pl.LI).

8b. J. l'Abeille, Plate Vaults, Paris 1699. (da J.-G. Gallon, Machines et inventions approuvées par l'Académie Royal des Sciences. Tom Premier, Depuis 1666 jusqu'en 1701, Paris, G.Martin, J-B- Coignard, H-I- Guerin, 1735,pl.LI).



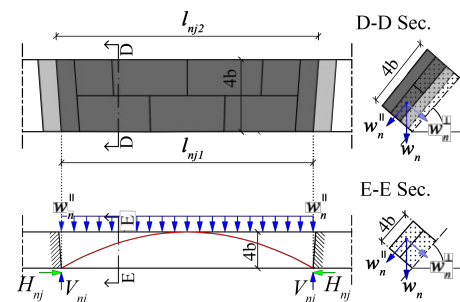
8c. Frontispiece of "Traité théorique et pratique de l'art de bâtir, par Jean Rondelet" 1802-1810.

Hence, in the current research, the theory of plasticity adapted for masonry structures guides us to the understanding of principles that regulate balance in such masonry structures. The studies introduced by J. Heyman provides us, the tools to analyse collapse kinematics and safety limits. Through the curve of thrust, or their generalisation: the surfaces of thrust, through this the balanced state is found.



9a. Modified Thrust Line Method introduced by H. T. Eddy, in Researches in graphical statics, D. Van Nostrand Publisher, 1878. The first graphical method which does take account of the zero tensile capacity of masonry structure. Today the MTLM has applied for the analyses of structural behaviour of masonry domes.

9b. Discrete element method for simulating the behaviour of plate-bande. Consistently with the actual behavior of these structures, for low friction values slide occurs.



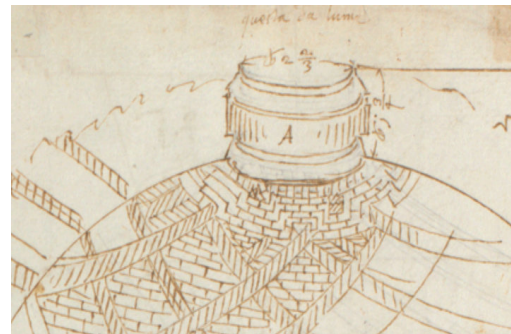
9c. The figure shows the structural behaviour of plate-bande, according to J. Heyman theory.

Even if it is closer to French baroque architecture, the stereotomy of reciprocal ashlar understudy adopts the same static principles, learned, analysed and documented in Sangallo's vaults in Montefiascone and Simon Mago's vaults of St. Peter's Basilica in the Vatican in Rome.

These sixteenth-century vaults represent exemplary case studies, due to the absence of plaster on the intrados and excellent conservation state. By allowing the identification of all bricks, they help us to understand the construction process through the masonry pattern and further the explanation for the existence of rhumb lines.

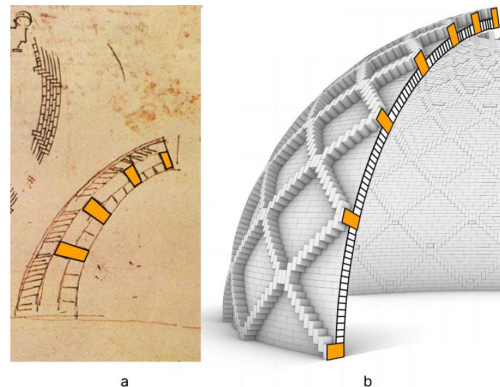


10a. Laser scan and photogrammetry surveys of the intrados Octagon San Basilio's dome in Vatican Basilica (Rome). Survey carried out by students of the Engineering Faculty of the University of Bergamo and SABE. Vertical section. Project by Antonio da Sangallo the Younger (around 1520).

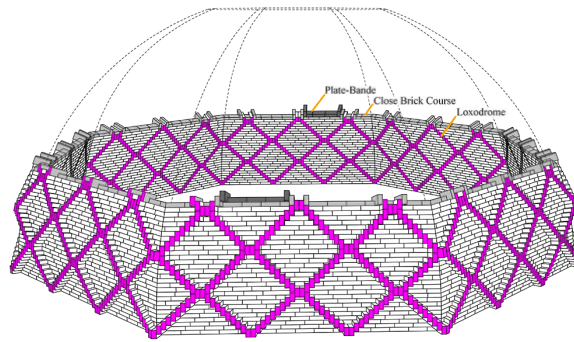


10b. Antonio da Sangallo il Giovane. Detail of the sketch of Simon Mago dome, octagonal room of Vatican Basilica (Rome). Drawing 1330 (n. 594469), Uffizi Cabinet.

10c. Antonio da Sangallo the Younger, around 1526, Dome of Montemoro in Montefiascone. On the intrados, the cross-herringbone pattern is readable.



10d. Comparison between historical document 900A (n. 639051) of the Uffizi Cabinet and the virtual model drawn on the correct interpretation of the Sangallo drawing and Montemoro dome. Drawing by Pizzigoni-Paris.

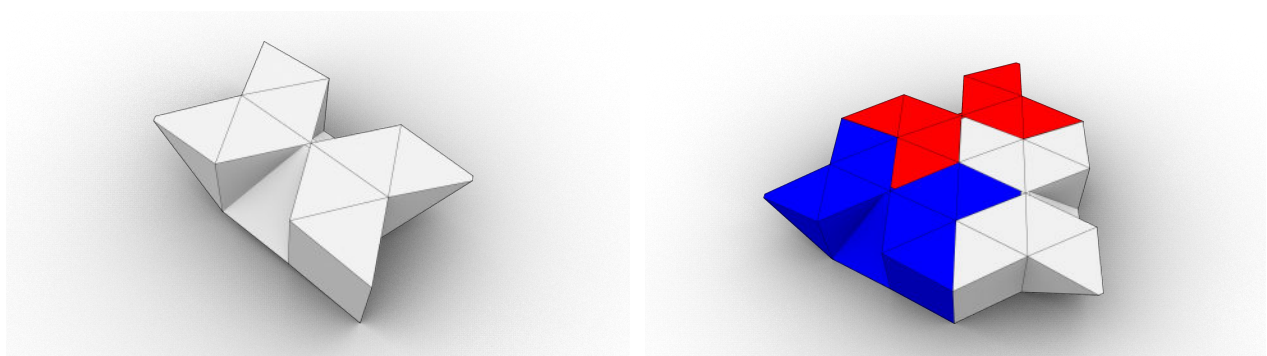


10e. The virtual model shows the masonry pattern readable on the intrados of the octagonal dome of Montemoro in Montefiascone. The dome was built in the third decade of the sixteenth century on a project by Antonio da Sangallo the Younger. The three-dimensional model was developed to verify the equilibrium conditions and the structural stresses absorbed by the horizontal plate-bands contained between the herringbone bricks.

In this regard, it is significant to refer to the article recently published in *Engineer Structures* (Volume 215, 15 July 2020, 110440, V. Paris, A. Pizzigoni, S. Adrianssens) as well as the PhD Thesis of V.Paris, Unibg 2020, and the previous academic research, in particular the master degree thesis of D. Pezzoli's thesis. Unibg, 2019. Despite the role of Brunelleschi's and Sangallo's work, the theorems of Stereotomy developed in France in the 17th and 18th centuries now must be the essential reference for understanding the research.

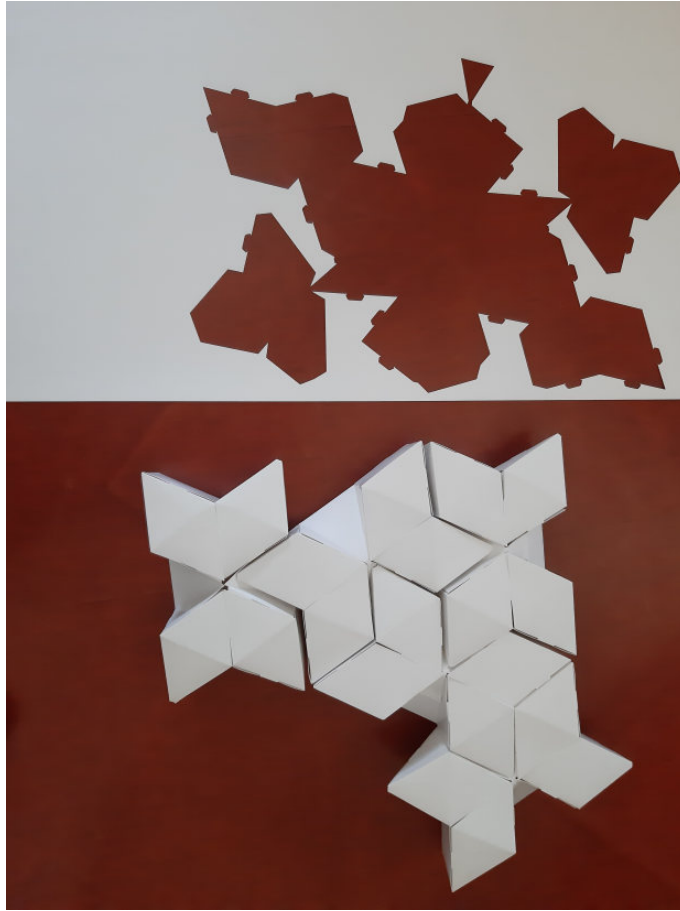
The recent research developed led us to design a physical model of a modular ashlar, able to provide support reciprocally to each other during the dry laying of the masonry. The stereotomy of an ashlar is based on a triangular base and can be easily modified through the involvement of very thanks to a few parameters. The muse for the design of this ashlar, is the rectangular pattern is based on what Frezier himself reports (Table Pl.31) taking from the patents of J. l'Abeille and S. Trucher (X). However, the triangular-hexagonal shape of this structural pattern is different and constitutes an innovative model compared to those generated by a rectangular pattern. The triangular pattern is more suitable for the geodetic shapes and curved surfaces than the quadrilateral one adopted by Frezier, and at the same time, due to the triangular base, it guarantees more stability during construction.

The reciprocal ashlar allows the construction of vaulted surfaces with prefabricated elements.

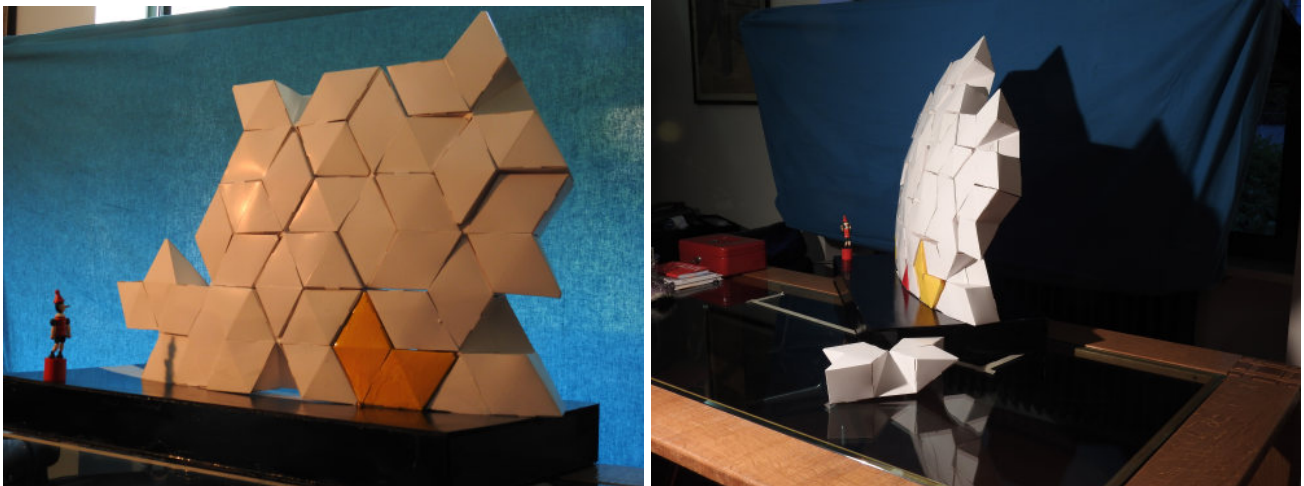


11a. Virtual model of self-balancing ashlar.

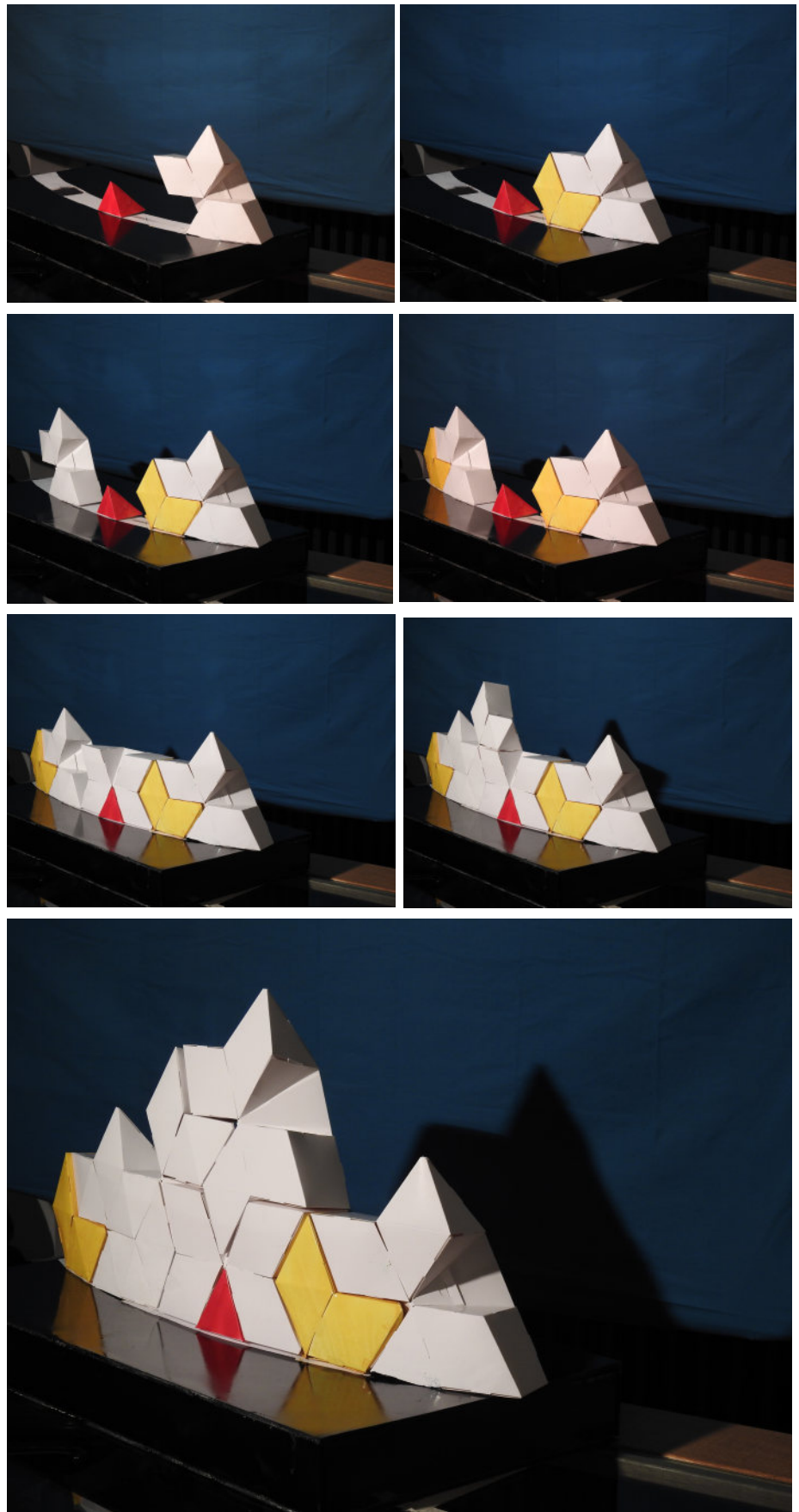
11b. Detail of the reciprocal connection system, made through three identical self-balancing self-balancing ashlar.



12a. Paper prototype, unfold faces of Self-Balancing Ashlar.



12b,c. Simulation of building a spherical surface. During the construction stage, the assembly of paper prototypes does not require formworks or temporary supports.



12e. Vault structure, the sequence of the dry laying of self-balancing ashlars.

In addition the modular geometry of the ashlar, their uniformity and the triangular mesh optimise the discretisation of double-curved surfaces with constant curvature. Due to the reciprocal system of assembly, the equilibrium of the assembled ashlar is already achieved during the construction stages.

This last characteristic opens the way to a field of innovative applications with the use of robotic arms or drones. The ashlar's shape has been designed in such a way that it can be dry-assembled and also provide the necessary resistance to the entire structure to reach a self-balanced state during the construction stages.

It is in this sense that we can describe this research in the historical and scientific continuity of an ancient narrative that speaks to us of stones that find their equilibrium through a relation between balance and reciprocity. It is precisely by following the traces of those architectural presences that unite Brunelleschi's story with the latest innovations of drones and robotic arms that technology overcomes its historical contingency and becomes performative of space and its social use.

It is in this continuity, with the history of art and technology, that we have developed the sense of our recent actions as designers: to affirm how our relationship with the past and the future acquires a sense in the words of Martin Heidegger who in the Bremen and Freiburg Conferences, (ed. Adelphi, Milano 2002, pag.114), states: ".the great tradition comes towards us as the future".

REFERENCE / BIBLIOGRAFIA

l'Abeille J. e Sebastien Trucher

<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3471s/f225.item.r=.langFR>

pg. 159 163, tav. 225 293

Brocato M., Mondardini L, *A new type stone dome based on Abeille's bond*, University Paris-Est, International Journal of Solid and Structures 49 (2012) 18786-1801. Elsevier.

Frezier M. (Amedee Francois), *"La Theorie e la Pratique de la Coupe des Pierres e des Bois pour la Construction des Voutes"*, 3 Toms, Strassbourg & Paris , 1737-1738-1739.

Fallacara G., 2009, Toward a stereotomic design: experimental constructions and didactic experiences. In Huerta S.(Ed.), Proc. Third int. Congress on Constructions History, BTU Cottbus, pp.553-559

Gargiani Roberto (a cura di) , *"L'architrave, le planchers, le plat-bands"*, EPFL Losanna , Archi., 2012, ISBN 978-2-88074-893-7

Loing V., Baverel O., Caron J-F., Mesnil R., *Free-form structures from topologically interlocking masonries*, Laboratoires Navier, In Elsevier, " Automantion in Construction" 113 (2020) 103-117.

Paris V., Pizzigoni A., *La struttura nascosta. Verosimile ipotesi della Cupola fiorentina: il modello tridimensionale dei mattoni orditi a spinapesce e del loro ordinamento nello spazio*, Structural 205 - maggio giugno 2016, paper 14, ISSN 2282-3794 DE LETTERA WP DOI 10.12917/Stru205.14-<http://www.dx.medra.org/10.12917/Stru205.14>

Paris V., Pizzigoni A., Adriaenssens S., *Statics of self-balancing masonry domes constructed with a croo-herringbone spiraling pattern*, Elsevier, Engineering Structures 215 (2020) 110440

Pizzigoni A., Paris V., *Regular talk*, 1st Italian Workshop on Shell and Spatial Structures 2020, 25th June 2020 video -<https://sites.google.com/view/iwss2020/the-workshop>

Salvatore Marta, *"La Stereotomia Scientifica Di A.F. Frezier – Prodromi della geometria descrittiva nella scienza del taglio delle pietre"* Firenze University Press 2012; ISBN 978-88-6655-279-6 (online)