

# **LA STRUTTURA NASCOSTA**

## **La verosimile ipotesi della Cupola fiorentina: il modello tridimensionale dei mattoni orditi a spinapesce e del loro ordinamento nello spazio**

**Vittorio Paris**

Laureando – Scuola di Ingegneria Università di Bergamo

v.paris@studenti.unibg.it

**Attilio Pizzigoni**

Professore Associato Scuola di Ingegneria Università di Bergamo

attilio.pizzigoni@unibg.it

## **SOMMARIO**

Evoluzione di uno studio in progress che dalla misteriosa vicenda della costruzione brunelleschiana vuole estrarre un'ipotesi verosimile della configurazione strutturale interna della cupola fiorentina, che pur apparendo esternamente come una cupola ottagonale a padiglioni, deve configurarsi come generata da una geometria di rotazione per essere stata costruita, come testimoniato dai fatti, senza l'ausilio di casseforme provvisionali di sostegno.

Viene anche messo in evidenza come la nota e sempre citata orditura dei mattoni "a spinapesce" essendo parte strutturale di una volta sferica/ogivale a doppia curvatura deve e può disporsi nello spazio secondo un allineamento tridimensionale nel legame strutturale che connette tra loro tre mattoni e non semplicemente due, come tradizionalmente è stata sempre interpretata tale orditura.

La finalità di questo studio è legata ad evidenziare la suggestione di un'opera la cui tecnologia costruttiva è rimasta nascosta da sei secoli per un coacervo di ragioni solo in parte legate alla segretezza di un'arte e di una organizzazione del lavoro medioevale. Piuttosto da questo studio e dalla sua completa verifica nei fatti emergerebbe la contraddizione di una tecnologia innovativa che per affermarsi sull'inerzia di un metodo costruttivo tradizionale ha dovuto celarsi al controllo dei contemporanei.

## ABSTRACT

### THE HIDDEN STRUCTURE

### **A likely hypothesis for the Florentine Dome: the three-dimensional model of the herringbone warping of the bricks and their ordering in space**

*This study in progress about the mysterious story of the Brunelleschi's Dome wants to extract a likely hypothesis of the internal structural configuration of the Florentine Cupola. We know that, despite appearing externally as an octagonal pavilion, this Dome must be seen as generated and built by a rotational geometry. This is evidenced by facts, since the Dome was built without the use of provisional supporting formwork.*

*This study also shows how the always mentioned warping of the bricks, the "herringbone", is part of a spherical vault - double curvature vault. This herringbone should and can be arranged in space according to a three-dimensional structural link that connects three bricks in one convex polyhedron, by using three bricks, and not just two, as this kind of warping has always been interpreted, following the tradition.*

*The purpose of this study is to highlight the charm of a work whose construction technology has remained hidden for six centuries, due to a heap of reasons, only partly related to the secrecy of medieval art and its work organization. Rather, this study, and its complete verification in reality, would throw new light on the contradiction of an innovative technology that, to beat down the inertia of traditional construction methods, had to hide itself from the control of its contemporaries.*

## PAROLE CHIAVE | KEYWORDS

Cupola, Brunelleschi, Firenze, spinapesce, laterizio, casseri di sostegno, orditura tridimensionale dei mattoni.

*The Cupola, Brunelleschi, Florence, herringbone, brick dome, supporting formwork, three-dimensional warping of the bricks.*

## LA STORIA DI UNA RICERCA E LA RICERCA DI UNA STORIA

In questo articolo vengono ripresi alcuni temi di studio condotti presso la Scuola di Ingegneria dell'Università degli Studi di Bergamo. Si tratta di una ricerca patita dalla conoscenza storica sulla orditura muraria della cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze, realizzata da Filippo Brunelleschi negli anni che vanno dal 1417 al 1436. Le vicende di quell'evento davvero storico e fondativo della tecnologia moderna sono rimaste nei secoli a seguire cariche di numerose incertezze riguardo soprattutto alle condizioni di equilibrio che l'hanno caratterizzata in fase costruttiva per quella riconosciuta e testimoniata caratteristica di essere stata edificata senza l'ausilio di casseforme e di armature provvisionali.

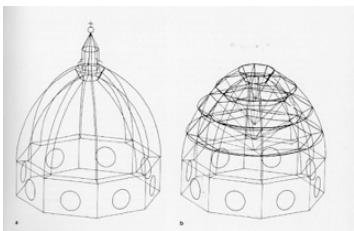
La letteratura infinita che in seicento anni si è accumulata sulla questione sembra non rispondere ancora in modo esaustivo alla domanda fondamentale su come sia stato possibile voltare una tale struttura senza opere provvisionali che la sostenessero in fase realizzativa. Altrettanto incerta rimane di conseguenza la effettiva procedura esecutiva della cosiddetta *"spinapesce"* come l'utilizzo di un misterioso strumento probabilmente utilizzato nel tracciamento dell'orditura muraria, il cosiddetto *"gualandrino"*, di cui non si ha altra traccia nella storia delle tecnologie edilizie e muratoriali.

Si cerca qui di comprendere le motivazioni, sottaciute e vaghe anche nei pur documentatissimi archivi dell'Opera fiorentina, attraverso ipotesi e indagini che possano spiegare i comportamenti dei maestri coinvolti, e in particolare quello di Filippo, alla luce di una evidenza incontestabile: l'efficienza strutturale e statica di un'opera che ha attraversato indenne guerre e terremoti succedutisi per centinaia di anni. La 'novità' di questa ricerca e degli studi che qui si riprendono, riguarda tuttavia il punto di vista 'geometrico' da cui è stato analizzato il problema della Cupola, partendo da una analisi tridimensionale della stessa, assumendo in altre parole il principio di indagine che, trattandosi di murature 'a doppia curvatura', anche l'orditura degli elementi primari che la compongono – i mattoni appunto – deve necessariamente rispecchiare e conformarsi a un tracciamento tridimensionale. Si tratta infatti di una muratura posata con malte a calce e con tempi abbastanza lunghi di maturazione, e che deve esercitare la propria capacità strutturale solo assorbendo sollecitazioni di compressione. Tale è stata la circostanza principale che ha guidato l'ipotesi che sostiene questo studio nel quale viene ricostruita una geometria di posa dei mattoni in modo che essi offrano una resistenza alla compressione tangente all'arco di curvatura della volta, mantenendo al contempo un piano di posa suborizzontale degli stessi e tale che sia consentito il loro allettamento mantenendo il baricentro gravitazionale dei corsi superiori all'interno di quelli inferiori e quindi senza la necessità di armature provvisionali. A tal fine è stata studiata e verificata una geometria poliedrica dei mattoni tale che non risulti indispensabile la capacità legante della malta, la quale risulterebbe in tal modo necessaria solo agli allineamenti di posa tridimensionale e non al consolidamento strutturale degli anelli inferiori con quelli superiori.

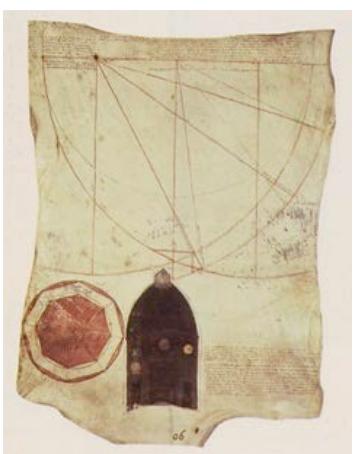
Vediamo comunque di affrontare il problema scindendone i singoli aspetti e in particolare individuando anche le ragioni che spinsero ed obbligarono il maestro Filippo di Ser Brunellesco a non poter esporre pianamente i principi costruttivi da lui "inventati".



## LA GEOMETRIA GOTICA COME PRINCIPIO COSTRUTTIVO



Geometria della cupola ottagonale e rotazione.



Giovanni di Gherardo da Prato.  
Disegno di Santa Maria del Fiore  
1436, Firenze

Sei secoli sono trascorsi da quando la fiorentina Opera del Duomo chiamò a concorso ben dodici "maestri", alcuni anche d'oltralpe, per dare consigli e indicazioni su come murare la grande Cupola di Santa Maria del Fiore.

È noto alla storia dell'arte come l'accattivante proposta di Filippo di Ser Brunellesco, quella appunto di realizzare l'opera senza l'utilizzo di onerose armature e senza casseri di sostegno, suscitasce molteplici dubbi e incertezze che protrassero le discussioni fino al 1424, quando l'Opera decise di affidarsi alle prescrizioni costruttive del Brunelleschi che prevedevano la posa dei mattoni secondo una tanto rinomata quanto indefinita orditura "a spinapesce".

All'inizio del Quattrocento il problema della Cupola era visto soltanto come un problema "costruttivo", in quanto la traccia geometrica della volta "a quinto acuto" e la dimensione del tamburo di imposta, già realizzato, erano state definite fin dagli anni Settanta del secolo precedente. Il principio strutturale e la garanzia della sua stabilità era stato definito dalla forma dell'arco di quinto acuto e tale avrebbe dovuto rimanere. A tal fine, affinché nessuno si azzardasse a modificarne la forma, l'avevano disegnata e dipinta sui muri del Cappellone degli Spagnoli in Santa Maria Novella, e tutti i Maestri allora coinvolti con Francesco Talenti, erano stati chiamati a giurare solennemente di impegnarsi a realizzarla così come era stata concepita dalla tradizione gotico trecentesca che risaliva fino ad Arnolfo di Cambio.

Può apparire banale che nel secondo decennio del XV secolo la questione che dovevano affrontare i costruttori della Cupola fiorentina non fosse assolutamente un problema di forma, ma era invece soltanto un problema tecnico-economico. Nessuno era in grado di immaginare la realizzazione di casseri di sostegno così ampi per il diametro della cupola di oltre quaranta metri e per raggiungere un livello massimo al colmo di oltre cento, ed infatti il quesito che l'opera pose all'attenzione dei Maestri nel famoso concorso del 1418 era soprattutto quello di come costruire le casseforme e di come sollevare il materiale di costruzione a tali altezze. Non sarebbero bastate tutte le foreste del Casentino, che pure già erano tutte impegnate a tal fine, per realizzare impalcature di tali dimensioni e capaci di sostenere i getti della volta. Ma soprattutto era presumibile che una così gigantesca struttura lignea, prima ancora di assolvere al ruolo di sostegno della volta, rischiasse di collassare sotto il suo stesso peso.

I romani dei primi secoli d.C. avevano risolto il problema riempendo di terra il grande vano che sosteneva le volte per poi svuotarlo al loro completamento, e ci fu anche a Firenze chi propose simili soluzioni. Nelle grandi costruzioni imperiali, come nello stesso Pantheon, la costruzione per anelli concentrici autoportanti, era agevolata dall'uso di malte idrauliche a presa diversa rispetto a quelle usate nella Firenze del Quattrocento. Ma al di là di tali ipotesi si può ben comprendere l'enorme vantaggio economico che comportava l'idea brunelleschiana di evitare opere provvisionali siffatte, e si può altrettanto comprendere quella riservatezza che Filippo impose attorno ai modi di questa tecnologia che ha ben segnalato l'ingegnere senese Mariano Taccola trascrivendola nel trattato "De Ingeniis" dove riporta il colloquio che ebbe con lui su tale argomento, e che traspare nello stesso "dispositivo" in dodici punti con cui, nel 1418, Filippo risponde al bando degli Operai del Duomo, là dove afferma: "e da braccia trenta in su murisi secondo sarà consigliato da quei maestri che l'avranno allora a murare, perché nel murare la pratica insegnereà quello che s'avrà a seguire."

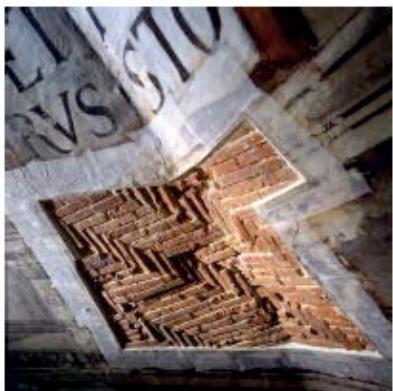
Sono passati seicento anni da allora e la tecnologia costruttiva di quella volta appare ancora in una sorta di mistero, quasi fosse scomparsa nel nulla come i pensieri e le idee del Brunelleschi che nella sua dimensione solitaria e criptica di

maestro medioevale, e comunque pre-gutenberghiano, non ci lasciò alcuna descrizione del lavoro.

Altro motivo di incertezza sui riscontri della tecnologia utilizzata deriva dal fatto che l'opera della Cupola fiorentina appare difficilissima da rilevare e tutto sembra fatto con la volontà di mantenere nascosta quella procedura costruttiva: gli spessori della muratura voltata, di 240 centimetri, rendono inutile ogni indagine radiografica; gli intonaci spessi sui paramenti interni realizzati contestualmente sembrano fatti più per nascondere che per proteggere; le orditure superficiali a "spinapesce" vengono talvolta, come sui passaggi, lasciate trasparire quasi ad arte come un maquillage dimostrativo che non aiuta certo ad evidenziarne il loro senso strutturale.

Persino la testimonianza dell'Alberti, grande estimatore del Brunelleschi che visitò certamente il cantiere e che nel suo "De re aedificatoria" riporta sommariamente la procedura costruttiva delle cupole senza armature, viene poi tradotta in maniera ambigua nella vulgata traduzione italiana del '500, tanto che ancora oggi assistiamo alle più varie interpretazioni sulla concezione strutturale della Cupola.

### UN'IPOTESI INDIZIARIA



Si dirà che anche quella che viene qui proposta costituisce una interpretazione altrettanto ipotetica e solo basata su indizi, ma d'altra parte è evidente che ad oggi le indagini su tale monumento il cui spessore è superiore a 2 metri, non possono essere che tali, non essendo evidentemente possibili specifiche indagini conoscitive dell'interno. Innanzitutto va liberato il campo da tutte quelle interpretazioni che hanno voluto leggere la struttura della Cupola come una struttura gotica, ottagonale a padiglione fatta da archi rampanti contrapposti e auto-equilibrantisi. Appare evidente che una tale cupola ottagonale, non si sarebbe potuta realizzare senza l'utilizzo di armature di sostegno provvisorie. Tuttavia il modello strutturale gotico a costoloni venne avallato a lungo, e ufficializzato in epoca moderna da Piero Sanpaolesi ed è tutt'ora sostenuto da diversi studiosi, mentre altri come Rowland Mainstone e Salvatore Di Pasquale hanno privilegiato lo studio della cupola disegnata da una geometria di rotazione, la cui forma, capace di autosostenersi per anelli sovrapposti, appare integrata ed inserita - si direbbe quasi "nascosta" - nello spessore ottagonale della muratura voltata.

Indubbiamente quest'ultima interpretazione sembra essere quella che meglio risponde alla descrizione che ne fece l'Alberti e che emerge anche nelle polemiche contemporanee al Brunelleschi che veniva presentato dai suoi antagonisti come colui che senza dichiararlo apertamente non rispettava nei fatti il disegno gotico ottagonale del disegno trecentesco e arnolfiano.

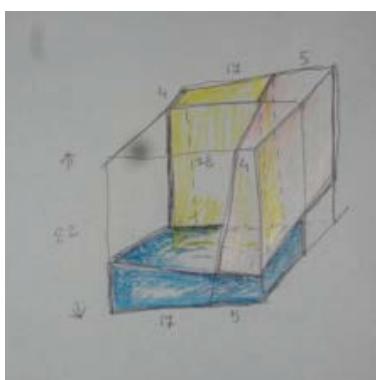
Esistono ulteriori riscontri all'idea che la cupola brunelleschiana, come il Pantheon romano osservato e studiato da Filippo, fosse generata da una geometria di rotazione, e costruita per corsi continui di mattoni posati su tutto il perimetro da un numero costante di squadre di muratori che lavoravano contemporaneamente, come emerge dalle testimonianze documentali e come lo descrisse l'Alberti nel suo trattato (Libro III cap. XIV).

Ne' possiamo trascurare di considerare un altro fondamentale indizio che ci guida in questa lettura. Esso riguarda la decisione finale presa dai Provveditori dell'Opera nel gennaio del 1926 quando approvano finalmente l'ipotesi di Filippo affinché la Cupola si faccia "con quello spinapesce sarà deliberato per chi l'avrà a conducere... e murisi con gualandrino con tre corde." Ora tutti sappiamo che la posa di mattoni a spinapesce viene utilizzata normalmente nelle pavimentazioni e nei rivestimenti piani, ma difficilmente una tale orditura può adattarsi a una superficie tridimensionale e a doppia curvatura com'è quella di una cupola. Per di più una tale

"spinapesce" dovrebbe essere ordita mediante un misterioso strumento detto "gualandrino" di cui non si hanno altre notizie nell'armamentario muratoriale se non nell'antico vocabolario del Tommaseo che ne dà una incerta definizione come di una squadra con le braccia mobili, braccia che in questo anomalo caso sono dette essere "tre". Facile desumere che la spinapesce in questione, per essere tridimensionale come la cupola e per essere ordita secondo tre direzioni, non può che essere composta da tre mattoni e non solamente da due come generalmente la spinapesce viene disegnata e descritta.

A partire da queste considerazioni sviluppate nel corso tenuto alla Scuola di Ingegneria dell'Università degli Studi di Bergamo, e poi in analisi e studi pubblicati sia in Italia [1] che all'estero [2] e [3], è stata messa a punto una modellazione virtuale che evidenzia come tale orditura tridimensionale dei mattoni da un lato garantisce il legame tra loro dei successivi e sovrastanti letti di posa e, nel contempo, consente al triedro di mattoni della spinapesce di allinearsi costantemente sulla verticale in modo che il corso superiore di mattoni possa semplicemente allocarsi per gravitazione su quello inferiore, evitando così il pericolo di scivolamento degli stessi verso l'interno che appare sempre più problematico col crescere della muratura, fino a risultare estremamente critico nelle parti alte della volta.

Il modello digitale che viene illustrato nel prosieguo di questo articolo è stato elaborato come prima parte della tesi di Laurea dello studente laureando in ingegneria Vittorio Paris con relatore il professor Attilio Pizzigoni. La tesi in fase conclusiva di elaborazione prevede, sulla base delle geometrie definite nel modello virtuale, la realizzazione di un modello fisico, attraverso la stampa in 3d dei singoli mattoni e della loro giustapposizione a secco, proprio per dimostrare l'equilibrio gravitazionale nella sequenza dei letti di posa. Infine lo studio prevede di completarsi con un modello a elementi finiti tridimensionali e discreti a blocco per la verifica della stabilità della volta a compressione, applicando o incrementando software oggi già utilizzati in geotecnica.



## IL MODELLO TRIDIMENSIONALE DEI MATTONI ORDITI A SPINAPESCE E IL LORO ALLINEAMENTO NELLO SPAZIO

L'indagine è stata condotta con un modellatore tridimensionale Rhinoceros attraverso la ricerca e la variazione dei parametri geometrici definiti attraverso il plug-in di Grasshopper con l'obiettivo di evidenziare la geometria di una possibile orditura tridimensionale di mattoni nello spazio tale che si possa configurare un equilibrio costante durante il loro successivo allettamento.

La ricerca, peraltro non ancora conclusa, non pretende di svelare il mistero tecnico-costruttivo utilizzato nella realizzazione della Cupola fiorentina di Santa Maria del Fiore, ma vuole offrire una possibile chiave di lettura in accordo con quella parte di studiosi che, come Salvatore Di Pasquale, sono convinti dell'esistenza di un superficie di rotazione racchiusa nello spessore murario.

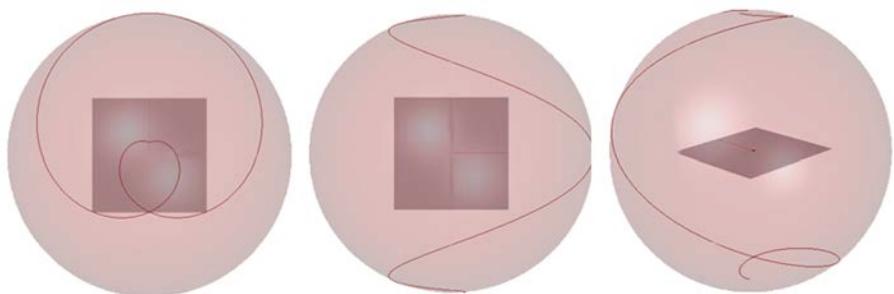
Intorno a tale assunzione si costruisce la ricerca che ha portato alla individuazione di una struttura autoportante di mattoni disposti tra loro in un ordine reciproco tridimensionale e in un sistema costruttivo di nervature a loro volta reciprocamente sostenute tra loro. La geometria aggregativa dei mattoni nella costituzione di tali nervature assume la forma di triedri spaziali che a loro volta, aggregandosi e sovrapponendosi, costruiscono una spirale spaziale. Infine il sistema di spirali, tra loro congiunte da murature di mattoni perfettamente allineati e congruenti con quelli della spirale stessa identificano lo schema spinapesce.

## LA COSTRUZIONE GEOMETRICA DELLA LOSSODROMIA

La prima parte dello studio ha l'obiettivo di definire le geometrie di equilibrio della struttura tali da rendere realizzabile la stessa senza l'aiuto di armature di sostegno. Ciò viene dimostrato attraverso la produzione di un modello fisico in cui si evidenzia la particolare geometria dei singoli mattoni e della loro aggregazione nei tre piani della configurazione spaziale.

La determinazione dello spinapesce è avvenuta ricorrendo a nozioni geometrico-matematiche, e verificando la compatibilità dei risultati ottenuti con i dati storici, individuando così un processo esecutivo dell'opera in cui i riferimenti geometrici sono traducibili in allineamenti materializzabili nella realtà della procedura costruttiva.

La ricerca ha portato ad individuare lo schema aggregativo nella spirale spaziale nota come lossodromia (figura 1) che 'vive' sulla superficie sferica e possiede numerose proprietà tra cui quella di intersecare tutti i meridiani (e i paralleli) con un'inclinazione costante.



1. Lossodromia.

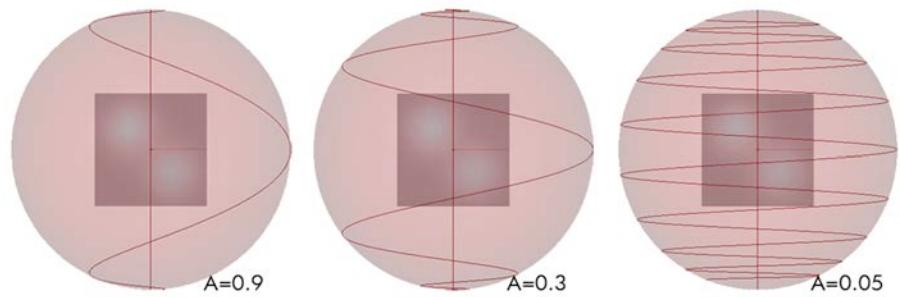
La descrizione formale della curva fu introdotta solo un secolo dopo la morte di Filippo di Ser Brunellesco da Pedro Nunes nel 'Trattato in Difesa delle Carte Nautiche' del 1537, nel quale sono introdotte le caratteristiche che rendono la lossodromia uno strumento fondamentale per la navigazione e la cartografia. In tali ambiti la lossodromia è stata utilizzata, e lo è tuttora, per il tracciamento delle rotte e del loro angolo costante rispetto ai meridiani, questo poiché nelle mappe isogone la proiezione della lossodromia corrisponde ad una traiettoria rettilinea. Non è escluso che alcune proprietà di tale curva fossero peraltro già note al tempo di Filippo, se è vero che il suo contemporaneo ed amico, Paolo dal Pozzo Toscanelli (1397-1482), geografo fiorentino e studioso di geometria, fosse in contatto con lo stesso Cristoforo Colombo per aiutarlo a definire la rotta attraverso l'Atlantico.

$$\begin{cases} x = R \times \frac{\cos(t)}{\cosh(A+t)} \\ y = R \times \frac{\sin(t)}{\cosh(A+t)} \quad t \in (0:2\pi) \\ z = R \times \tanh(A+t) \end{cases}$$

2. Equazioni parametriche cartesiane della lossodromia.

Come si evince dalle equazioni di figura 2, i parametri che definiscono le coordinate cartesiane dei punti della lossodromia sono:

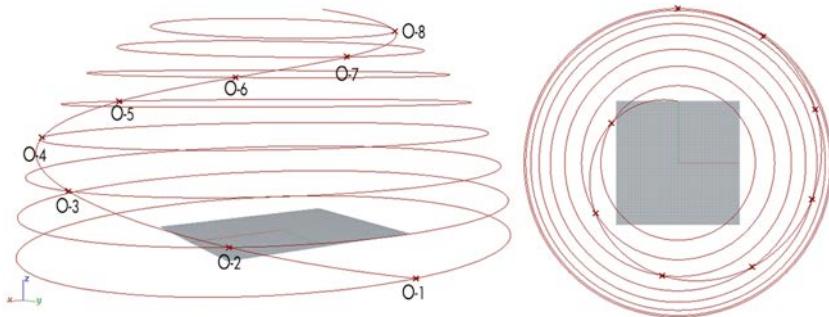
- R il raggio che definisce la grandezza della superficie in cui giace la curva,
- A la pulsazione/gradiante che regola la pendenza della lossodromia.



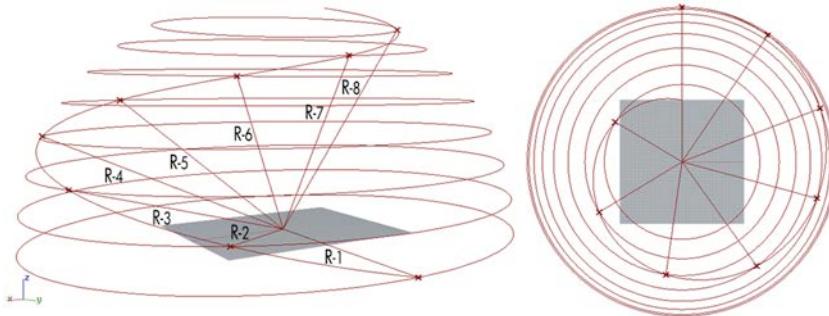
3. Influenza della pulsazione A.

Nella ricerca condotta l'assunzione che lo schema aggregativo dei laterizi coincida con la traiettoria della lossodromia ha permesso di verificare le direzioni delle forze e dei carichi dei mattoni sui sottostanti corsi e di individuare quindi i possibili letti di posa capaci di mantenere un orientamento pressoché orizzontale.

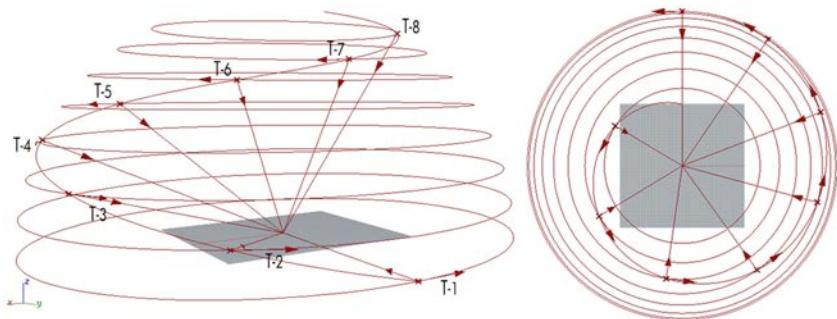
Suddividendo la curva in intervalli sufficientemente regolari, delimitati da punti denominati  $O_i$  (iesime-origini, figura 4), e materializzando sia i raggi ( $R_i$ ) che congiungono il centro della sfera con le  $O_i$  origini (figura 5), sia le rette tangenti ( $T_i$ ) i paralleli passanti per i punti appartenenti la lossodromia, (figura 6) si possono definire i piani  $P_i$  (figura 7).



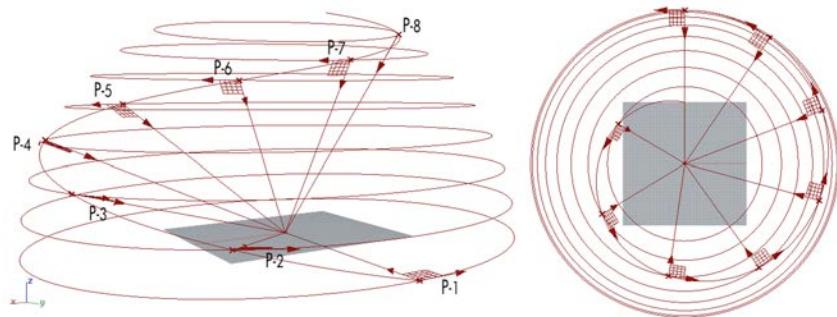
4. Popolazione dei punti  $O_i$ .



5. Popolazione dei raggi  $R_i$ .

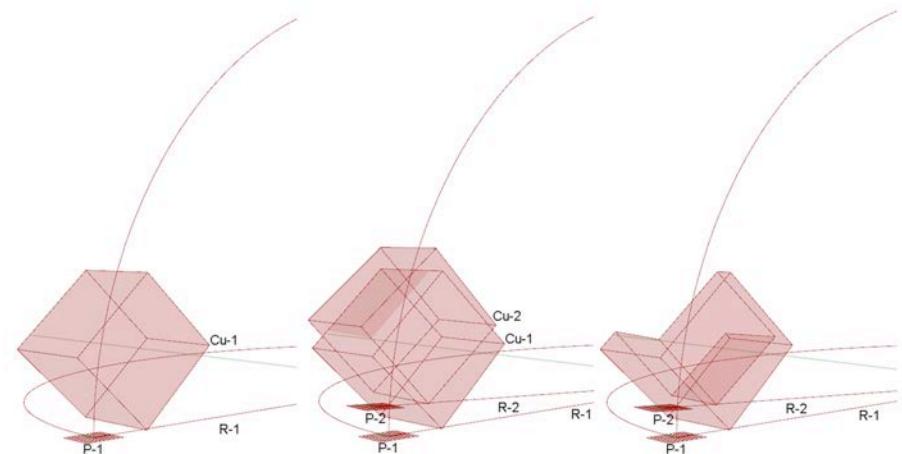


6. Popolazione dei vettori  $T_i$ .

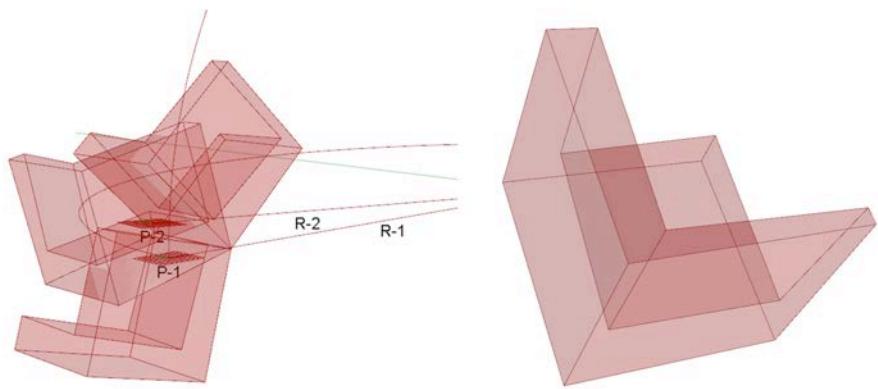


7. Popolazione dei piani  $P_i$ .

Questi piani svolgono un ruolo di riferimento nell'intero processo costruttivo della spinapesce, costituendo essi gli elementi rispetto ai quali i conci possono essere posati con un'angolazione costante. Ad esempio considerando i piani  $P_1$ ,  $P_2$  e posizionando due cubi ( $Cu_1$  e  $Cu_2$ ) su di essi, tali da avere uno spigolo parallelo alle tangenti precedentemente individuate e facce non interamente comprese nel piano, è possibile osservare che la differenza booleana tra  $Cu_1$  e  $Cu_2$  determina un poliedro solido "concavo" (figura 8). L'oggetto materializzato in questa sottrazione booleana è influenzato unicamente dalla disposizione iniziale dei cubi, rispetto ai piani di riferimento e dalle relazioni relative tra questi ultimi: in particolare la concavità del solido è rivolta verso l'alto se l'angolo spaziale tra i due elementi geometrici è compreso in un certo intervallo di valori (figura 9).



8. Solido di sottrazione.



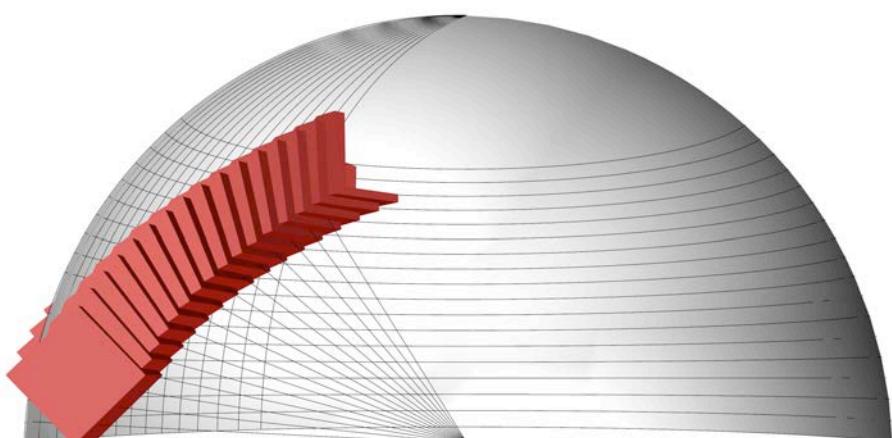
9. Analisi della concavità dei trihedri retti.

La costruzione appena descritta permette di affermare che il vertice 'interno' del solido è sicuramente di un trihedro retto (figura 9). Inoltre, ricordando le proprietà della lossodromia e applicando lo stesso processo geometrico sequenzialmente, si determinano altri solidi di sottrazione identici a quello individuato (figura 10).

La visione d'insieme di questa composizione restituisce quello che potrebbe essere lo schema aggregativo dei conci che costituiscono la spinapesce tridimensionale delle nervature localmente leggibili sugli estradossi della cupola brunelleschiana. In effetti la struttura determinata presenta due peculiarità: la prima è quella di essere composta dalla sovrapposizione di poliedri concavi, tutti della medesima forma e geometricamente scomponibili in tre poliedri con facce quadrilateri (i tre mattoni appunto), la seconda è quella di individuare (almeno all'interno di un certo range di valori degli angoli al centro) possibili piani di allettamento dei conci tali da rendere non necessaria la presenza di casseforme provvisionali.

Per comprendere quest'ultima proprietà occorre mettere a fuoco la relazione che esiste tra il solido di sottrazione, la sua inclinazione rispetto al piano d'imposta della volta, e il piano stesso che identifica il riferimento alla lossodromia. Poiché tale relazione si mantiene quasi perfettamente costante per tutto lo sviluppo della struttura, è sufficiente registrare la variazione spaziale dell'inclinazione dei piani di riferimento (figura 7) per giustificare la ri-orientazione dei solidi ad essi associati che definiscono i possibili piani di appoggio sub-orizzontali.

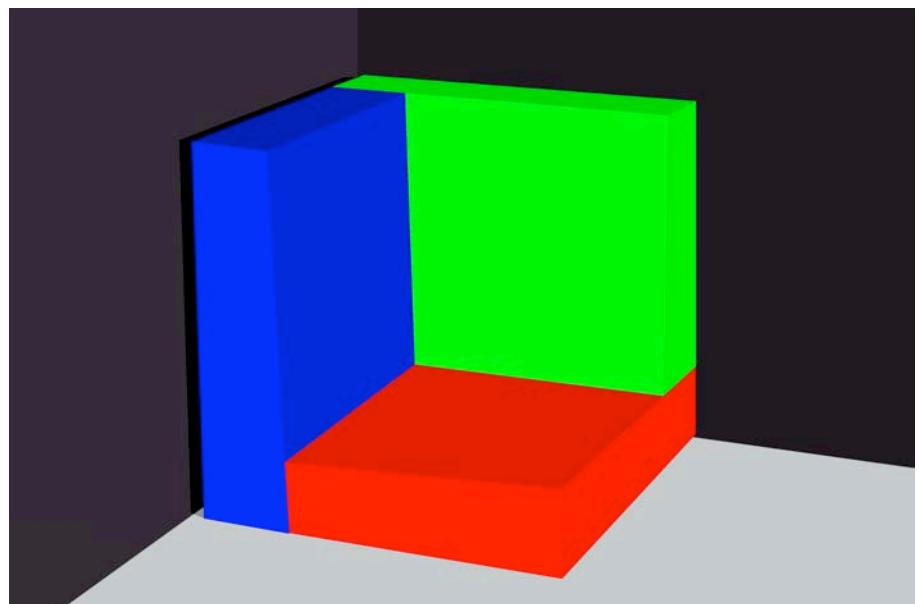
Va sottolineato che in fase costruttiva la struttura lossodromica non può sorreggersi da sola in modo autonomo, essendo necessario procedere in elevazione per anelli circolari solo dopo il completamento del livello sottostante lungo tutto la circonferenza di imposta della volta. Di fatto deve essere garantita una continuità delle sollecitazioni reciproche tra le nervature contigue.



10. Struttura composta.

In definitiva la forma e l'orientamento suborizzontale delle nervature tridimensionali garantiscono l'equilibrio senza l'ausilio di casseri per la posa dei corsi successivi di mattoni nella fase costruttiva. Tale equilibrio, come osservato, si ottiene per sovrapposizione di poliedri concavi composti ciascuno da tre poliedri elementari. Infatti, il siffatto poliedro concavo è realizzabile con tre mattoni simili ma distinti tra loro, che si connettono reciprocamente materializzando il solido booleano. La determinazione dei conci è avvenuta in maniera geometrica secondo una disposizione reciproca (figura 11). I conci/ mattoni hanno tutte le facce piane ma tra loro non parallele con l'eccezione di una coppia di queste. Questa peculiarità trova riscontro in alcune rilievi effettuati durante il restauro sulla Cupola da R. Dalla Negra, nei quali viene individuata la misura dei mattoni con la terza dimensione variabile (mm 170 x 220 x 450/500) [4]: ciò suggerisce l'esistenza di elementi costituiti da facce piane ma non parallele tra loro, confermando la costruzione geometrica adottata.

Questa ipotesi esecutiva può essere descritta nella posa di conci "tradizionali" allineati e allettati su letti di malta tracciati secondo l'inclinazione del sopradescritto poliedro convesso. Una volta stabilito l'angolo d'inclinazione iniziale rispetto al piano d'imposta, la procedura esecutiva risulta di conseguenza. Infatti, definendo per comodità descrittiva i tre conci come: red, green, blue (figura 11) il primo elemento viene posizionato di piatto (red), il secondo di testa (blue) ed il terzo di coltello (green) ottenendo così il solido di sottrazione cercato. La semplicità esecutiva è conferita dalla geometria, e può essere verificata attraverso gli allineamenti introdotti in precedenza. Non è improbabile che il controllo di tali allineamenti venisse attuato, nel caso specifico della Cupola, da quello strumento detto *gualandrino* di cui poco si conosce ma che il dizionario del Tommaseo, unico riferimento reperito, cita nel 1830 come una "squadra a tre corde".



**11.** Solido triedro composto da tre conci: Red, Green, Blue, volumetricamente identico al solido di sottrazione booleana.

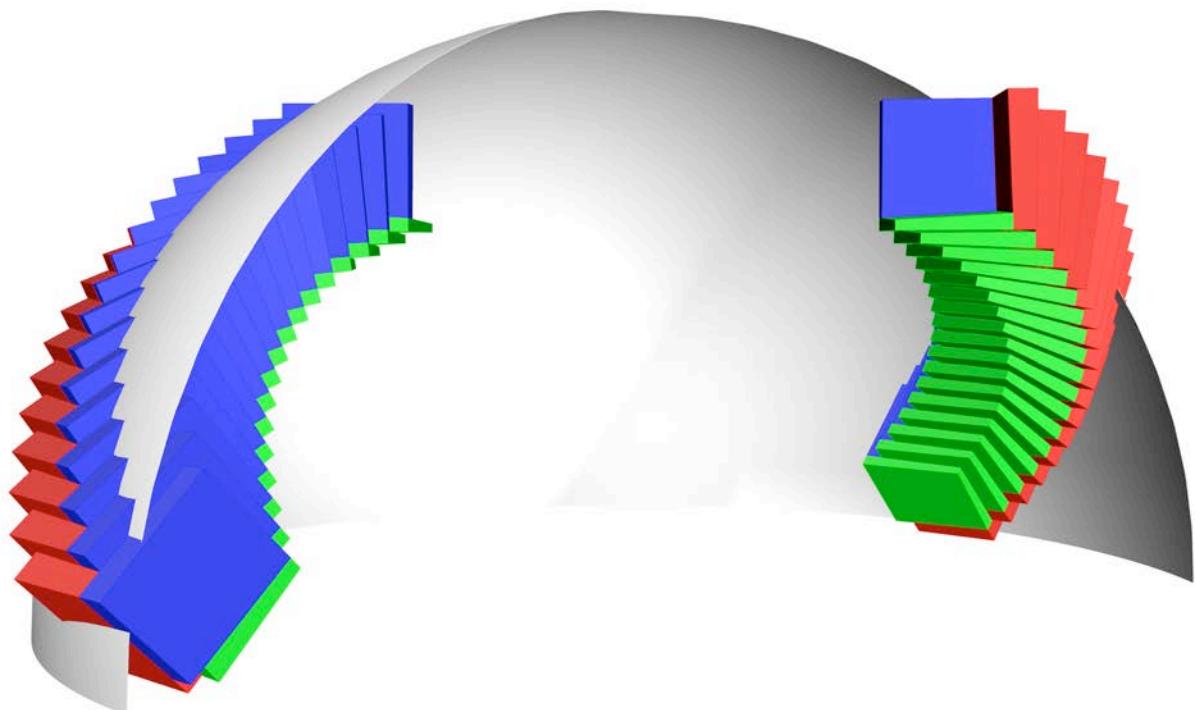
Ripetendo questa operazione ad ogni corso successivo di mattoni, è possibile ottenere la stessa struttura ricavata dalla sottrazione booleana dei cubi, ma realizzata in tal modo con il semplice ammorsamento reciproco dei conci: lo spinapesce tridimensionale appunto (figura 12).

Nel modello ipotizzato i piani di posa circolari, che per sovrapposizione generano la cupola autoportante, contengono una serie di nervature di mattoni ammorsati tra loro in una struttura reciproca triedrica e tridimensionale; tali nervature sono tra loro collegate da un paramento di continuità realizzato con due mattoni i cui piani di posa coincidono con quelli dei green e blue. In tal modo le spinapesce assumono il ruolo di nervature strutturali (figura 13) tra loro in equilibrio reciproco e in continuità con quelle adiacenti.

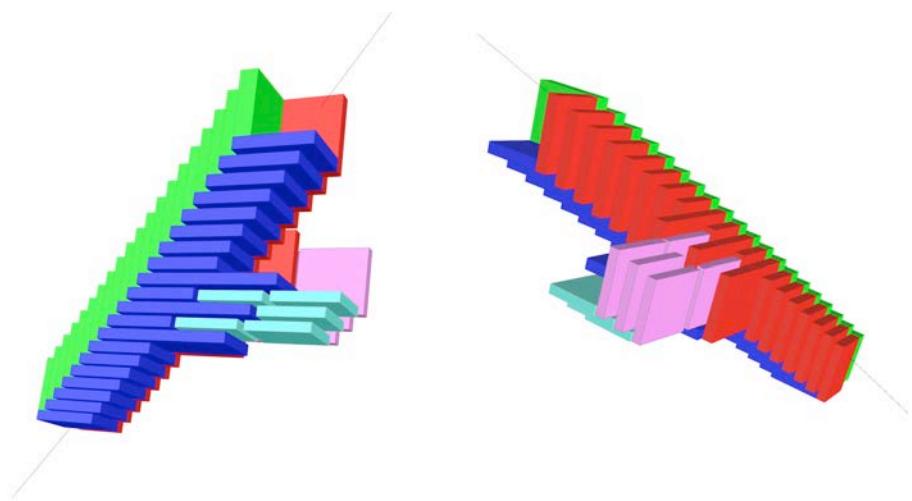
Il paramento di continuità e le nervature spaziali tridimensionali sono tra loro connessi. Il paramento di continuità è costituito da due piani di conci in continuità con il terzo dei tre piani appartenenti alla nervatura stessa, ma con una dimensione maggiore. Anche in questo caso i dati di archivio confortano l'ipotesi per la presenza di mattoni a lunghezza doppia (figura 14). In pratica la connessione tra la struttura nervata spaziale di triedri sovrapposti e il paramento murario di collegamento tra nervature contigue viene realizzato attraverso una sorta di 'diatoni' la cui misura pure emerge dagli archivi dell'Opera del Duomo [5].

Lo sviluppo di questo studio è focalizzato sull'obiettivo di definizione del modello adatto sia per l'analisi agli elementi finiti che agli spostamenti finiti.

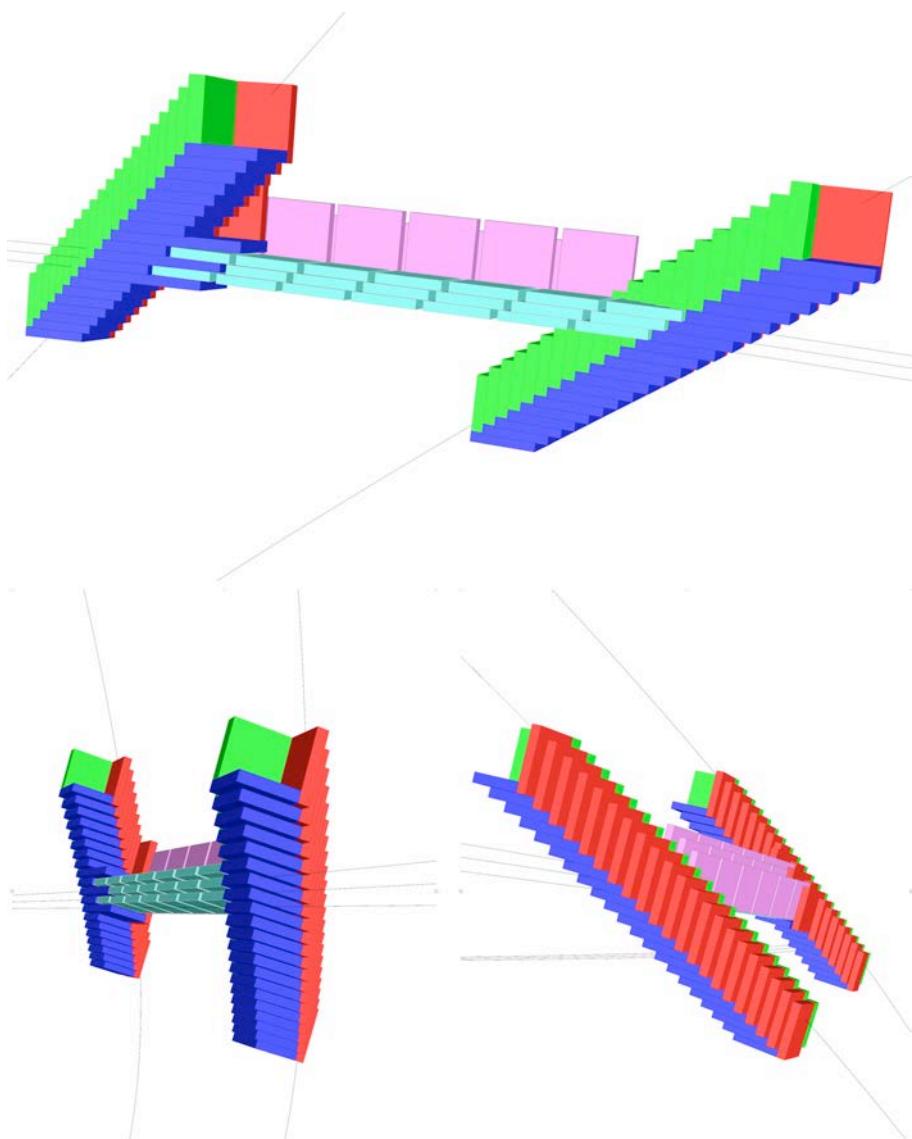
La ricerca e l'applicazione di un codice per elementi distinti in 3d permetterà di verificare le ipotesi assunte in merito al comportamento statico della struttura realizzata con elementi semplicemente tra loro giustapposti.



**12.** Spinapesce tridimensionale.



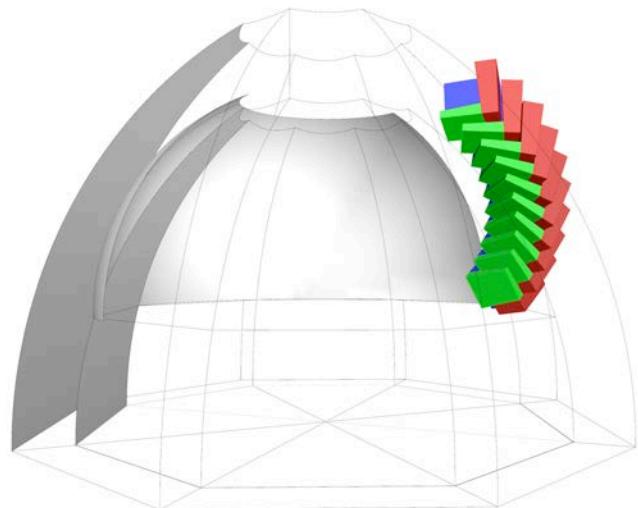
13. Connessione tra spinapesce e paramento di continuità.



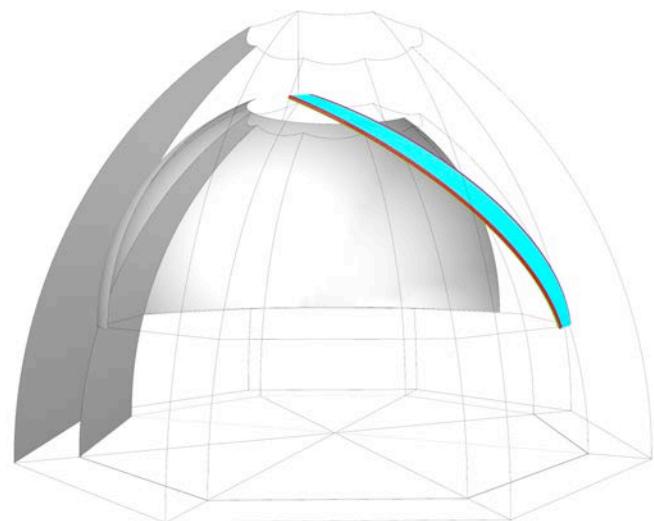
14. Connessioni e paramento murario.

## CONCLUSIONI

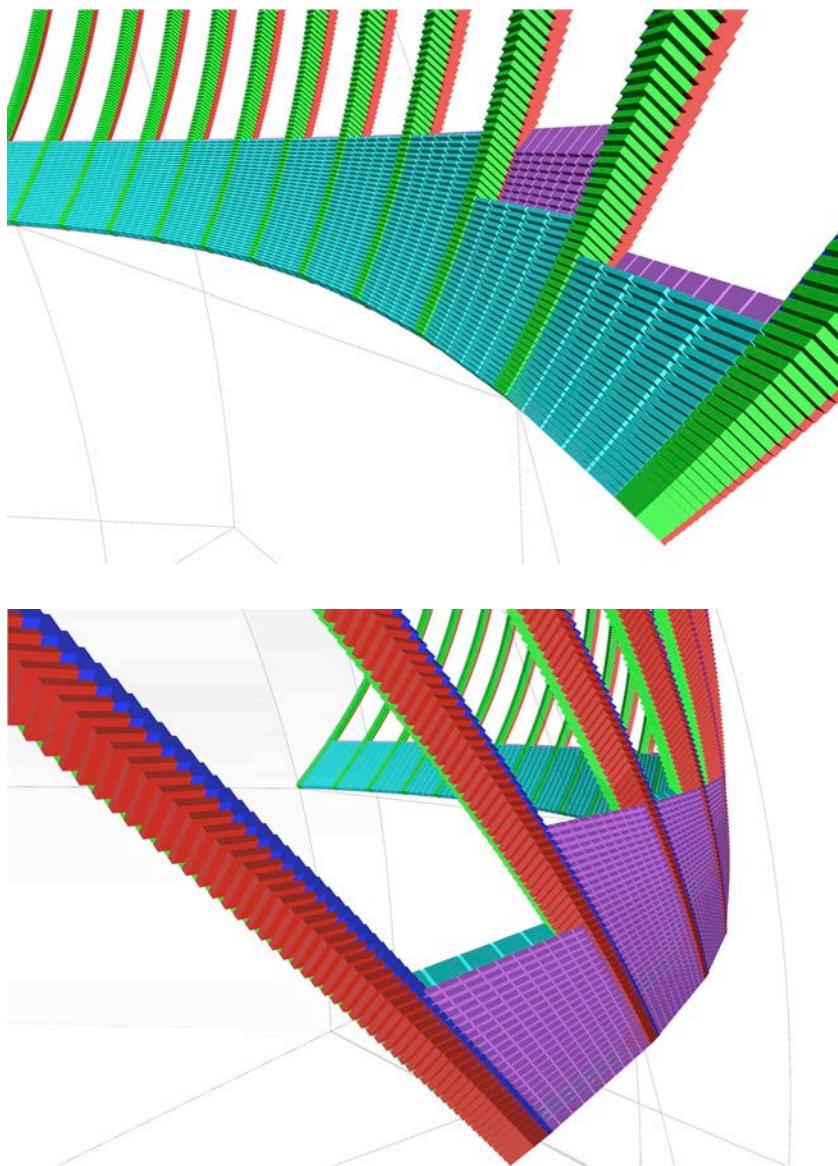
La finalità di questo studio è legata ad evidenziare la suggestione di un'opera la cui tecnologia costruttiva è rimasta nascosta da sei secoli per un coacervo di ragioni solo in parte legate alla segretezza di un'arte e di una organizzazione del lavoro medioevale. Piuttosto da questo studio e dalla sua completa verifica nei fatti emergerebbe la contraddizione di una tecnologia innovativa che per affermarsi sull'inerzia di un metodo costruttivo tradizionale ha dovuto celarsi al controllo dei contemporanei. La cupola brunelleschiana venne infatti accettata dagli Operai del Duomo principalmente, ma si direbbe quasi soltanto, per la sua valenza economica, mentre il suo autore si vide costretto a mascherarne la procedura esecutiva ed a nasconderla perché non coerente con i principi costruttivi consolidati dalla precedente tradizione. Se così fosse, come sembrerebbe dimostrato dalle indagini indiziarie di questo studio, ci troveremmo di fronte a un caso che la storia ha più volte riproposto, dove la novità non viene di norma accettata e, per esserlo, deve molte volte mascherarsi nelle forme e nei modi della tradizione.



**15.** Visione dell'orditura dei mattoni fuori scala lungo le spirali lossodromiche.



**16** Visione di due spirali lossodromiche complete di mattoni posati secondo l'orditura tridimensionale e in azzurro le connessioni dei piani di reciproco sostegno delle lossodromie contigue.



**17 e 18.** Visione dall'esterno e dall'interno delle spirali lossodromiche complete di mattoni posati secondo l'orditura tridimensionale e dei mattoni di connessione dei piani di reciproco sostegno con evidenza della contiguità-continuità del piano di posa di questi ultimi rispetto alle facce suborizzontali dei triedri strutturali (poliedri convessi) che compongono le nervature lossodromiche.

## BIBLIOGRAFIA | REFERENCES

- [1] Pizzigoni A., "I MATTONI DEL BRUNELLESCHI" in STRUCTURAL, vol. 185, p. 1-20, ISSN: 2282-3794, DOI 10.1291/Stru185.05 (2014).
- [2] Pizzigoni A. , Paris V. "HERRINGBONE, GUALANDRINO AND BRUNELLESCHI'S BRICKS", in: Atti del Convegno "International Masonry Conference", Guimaraes, Portugal, July 2014 pag 121 - ISBN 978-972-8692-85-8.
- [3] Pizzigoni A., "BRUNELLESCHI'S BRICKS", in JOURNAL OF THE INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR SHELL AND SPATIAL STRUCTURES - Formerly Bulletin founded by E.Torroja. VOL. 56 (2015) N° 2 June n. 184 ISSN 1029-365X., pag. 137-148
- [4] Dalla Negra R., "La Cupola del Brunelleschi: il cantiere, le indagini, i rilievi" in "La Cupola di Santa Maria del Fiore: il cantiere di restauro 1980-1995" a cura di C. Acidini e R. Della Negra, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, Roma 1995, pag 26.
- [5] Heines M., "Myth and management in the construction of Brunelleschi's Cupola", in *I Tatti Studies*, vol 14-15, 2011-2012 , pag 47-97, Leo Olschki Ed. Firenze

<http://archivio.operaduomo.fi.it/cupola/home.HTML>